株主価値評価モデルの展開：Gao, Myers, Myers and Wu (2019) に基づいて[*]

椎葉　淳

大阪大学大学院経済学研究科

作成：2019 年 5 月 5 日
更新：2019 年 5 月 8 日, 2020 年 3 月 8 日

1　はじめに

このノートでは，Gao, Myers, Myers and Wu (2019) において提示されている株主価値評価モデルについて説明する。まず次節では，残余利益モデル（以下，RIM）と異常利益成長モデル（以下，AEG モデル）に基づいて，Gao et al. (2019) がどのようなケースを考察しているかについて説明する。次に 3 節では Gao et al. (2019) が提示している株主価値評価の一般モデルを説明する。また，この一般モデルの特殊ケースであるとともに，Ohlson and Johannesson (2016) で提示された AEG モデルを一般化したモデル（以下，OHJO モデル）を説明する。同様に，一般モデルの特殊ケースであるとともに，RIM を一般化したモデル（以下，GRIM）を説明する。これらの関係を図示すれば次のようである。

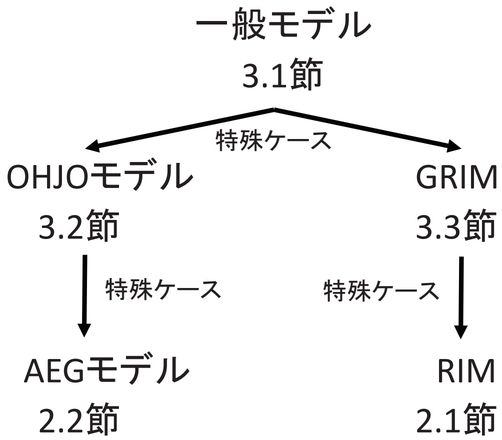

図 1. 各モデルの関係 (1)

[*]このノートは大阪大学大学院経済学研究科における 2019 年度前期の授業「会計理論分析」の補足資料として作成したものである。

また，導出する式の全体像を示せば以下のようである。

表 1. 導出する式の全体像

ベースとなるモデル	左の 一定成長のケース	左の マルチプル表現	左の 有限期間+TV のケース
一般モデル (13) 式	(14) 式	(15) 式	(18) 式
OHJO モデル (19) 式	(20) 式	(21) 式	(23) 式
AEG モデル (7) 式	**OJ** モデル (8) 式	(9) 式	(11) 式
GRIM (25) 式	(26) 式	(27) 式	(29) 式
RIM (1) 式	(2) 式	(3) 式	(6) 式

なお，本ノートの最後の付録には，主要な変数について，Gao et al. (2019) とこのノートの記号の対応関係を示した表を載せているので適宜参照してほしい。

2　RIM と AEG モデルに基づく例示

2.1　RIM

まず RIM は，次の式によって時点 t における株主価値 V_t を表した式である。

$$V_t = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+i}^a\right]}{(1+r)^i} \tag{1}$$

ここで，X_{t+i} は $t+i$ 期の利益，Y_{t+i} は時点 $t+i$ の株主資本，$X_{t+i}^a \equiv X_{t+i} - rY_{t+i-1}$ は $t+i$ 期の残余利益 (Residual Income) と定義する。なお，r は一定の割引率である。

RIM は，次期以降の将来の残余利益が $100g$%で毎期一定成長するときには，次のように表すことができる。

$$V_t = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+1}^a\right]}{r-g} \tag{2}$$

Gao et al. (2019) の式展開を参考にすれば，(2) 式は次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r-g} && (2)\\
=& \frac{(r-g)Y_t + \mathrm{E}_t[Y_{t+1}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}] - Y_t - rY_t}{r-g}\\
=& \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}] - Y_t - gY_t}{r-g}\\
=& \left(\frac{\frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]-Y_t}{Y_t} - g}{r-g}\right) \times Y_t\\
=& \frac{stg^{Y'} - g}{r-g} \times Y_t\\
=& M^{Y'} \times Y_t && (3)
\end{aligned}
$$

ここで，$stg^{Y'} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]-Y_t}{Y_t} \left(= \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{Y_t}\right)$，および $M^{Y'} \equiv \frac{stg^{Y'}-g}{r-g}$ である。Gao et al. (2019) にしたがって，$stg^{Y'}$ は配当支払い前の短期の簿価成長率と解釈し，また $M^{Y'}$ は株主資本 Y_t に乗じると株主価値が求まることから，PBR に基づくマルチプル（乗数）と呼ぶことにする。

次に，株主価値評価を有限期間の価値＋残存価値（ターミナル・バリュー，継続価値）の価値として行なうことを考える。このときの有限期間を T 期間とし，一定成長となるのは $t+T+1$ 期以降とする。また，残存価値を TV と表す。有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合，時点 t の株主価値 V_t は次のように表すことができる。

$$
V_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{TV}{(1+r)^T} \tag{4}
$$

ここで，TV は $\mathrm{E}_t[V_{t+T}]$ $(= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+T+i}]}{(1+r)^i})$ とも表すことができる。先に導出した (3) 式は V_t に関する式であるが，将来の残余利益が $t+T+1$ 期以降に毎期一定成長すると仮定した場合，同様の計算によって，$\mathrm{E}_t[V_{t+T}]$ は次のように表すことができる。

$$
TV = \mathrm{E}_t[V_{t+T}] = \mathrm{E}_t[Y_{t+T}] + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+T+1}\right]}{r-g} = M^Y \times \mathrm{E}_t[Y_{t+T}] \tag{5}
$$

ここで，$stg^{Y} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+T+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+T+1}]-\mathrm{E}_t[Y_{t+T}]}{\mathrm{E}_t[Y_{t+T}]} \left(= \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}{\mathrm{E}_t[Y_{t+T}]}\right)$，および $M^Y \equiv \frac{stg^Y-g}{r-g}$ である。M^Y は TV の計算におけるマルチプルであるため，エグジット・マルチプル (exit multiple) と解釈できる。(5) 式を (4) 式に代入すると次のようになる。

$$
V_t = \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times M^Y \times \mathrm{E}_t[Y_{t+T}] \tag{6}
$$

これは割引配当モデルと一定成長の RIM とのハイブリッド・モデルと解釈することができる。

2.2　AEG モデル

次に AEG モデルは，次の式によって時点 t における株主価値 V_t を表した式である。

$$V_t = \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1+r}{r}\sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+i}]}{(1+r)^i} \tag{7}$$

ここで，AEG_{t+i} は $t+i$ 期の異常利益成長 (Abnormal Earnings Growth) であり，$AEG_{t+i} \equiv X_{t+i} + rD_{t+i-1} - (1+r)X_{t+i-1}$ と定義する。

AEG モデルは，二期先以降の将来の異常利益成長 AEG_{t+i} $(i \geq 2)$ が $100g$%で毎期一定成長するときには，次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{1+r}{r}\frac{\frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+2}]}{(1+r)^2}}{1-\frac{1+g}{1+r}} \\ &= \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+2}]}{r(r-g)} \end{aligned} \tag{8}$$

この (8) 式は Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) の命題 2 で導出されたものであり，その後の研究において OJ モデルと呼ばれている。

Gao et al. (2019) の式展開を参考にすれば，(8) 式の OJ モデルは次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+2}]}{r(r-g)} \qquad (8) \\ &= \frac{(r-g)\mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \mathrm{E}_t[X_{t+2} + rD_{t+1} - (1+r)X_{t+1}]}{r(r-g)} \\ &= \frac{1}{r}\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+2}] + r\mathrm{E}_t[D_{t+1}] - \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - g\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r-g} \\ &= \frac{1}{r}\left(\frac{\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+2}]+r\mathrm{E}_t[D_{t+1}]-\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]} - g}{r-g}\right) \times \mathrm{E}_t[X_{t+1}] \\ &= \frac{1}{r}\frac{stg^{X'} - g}{r-g} \times \mathrm{E}_t[X_{t+1}] \\ &= M^{X'} \times \mathrm{E}_t[X_{t+1}] \qquad (9) \end{aligned}$$

ここで，$stg^{X'} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+2}]+r\mathrm{E}_t[D_{t+1}]-\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}$，および $M^{X'} \equiv \frac{1}{r}\frac{stg^{X'}-g}{r-g}$ である。Gao et al. (2019) にしたがって，$stg^{X'}$ は異常利益成長の短期の成長率と解釈し，また $M^{X'}$ は予想利益 $\mathrm{E}_t[X_{t+1}]$ に乗じると株主価値が求まることから，予想 PER に基づくマルチプルと呼ぶことにする。

株主価値評価を有限期間の価値＋ TV の価値として行ない，有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合，時点 t の株主価値 V_t は (4) 式のように表すことができる。また (9) 式は V_t に関する式であるが，将来の異常利益成長が $t+T+2$

期以降に毎期一定成長すると仮定した場合，同様の計算によって，$\mathrm{E}_t[V_{t+T}]$ は次のように表すことができる。

$$TV = \mathrm{E}_t[V_{t+T}] = \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+T+2}]}{r(r-g)} = M^X \times \mathrm{E}_t[X_{t+T+1}] \tag{10}$$

ここで，$stg^X \equiv \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+T+2}]+r\mathrm{E}_t[D_{t+T+1}]-\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}{\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}$，および $M^X \equiv \frac{stg^X-g}{r-g}$ である。M^X は TV の計算におけるマルチプルであるため，エグジット・マルチプルと解釈できる。(10) 式を (4) 式に代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} V_t &= \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times \left(\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+T+2}]}{r(r-g)} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times M^X \times \mathrm{E}_t[X_{t+T+1}] \end{aligned} \tag{11}$$

これは割引配当モデルと一定成長の AEG モデル（OJ モデル）とのハイブリッド・モデルと解釈することができる。

2.3　コメント

Gao et al. (2019) にしたがって，株主価値評価を有限期間の価値＋ TV の価値として行ない，有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合，RIM や AEG モデルもハイブリッド・モデルと解釈することができる。このことは，以下で導出する一般モデル，OHJO モデル，および GRIM について，ハイブリッド・モデルによる表現に書き換えること自体は特別なことではないことを意味する。

3　Gao et al. (2019) における株主価値評価モデル

3.1　一般モデル

ここでは Gao et al. (2019) の Appendix において考察されている株主価値評価モデルの一般モデル (a general valuation formula) を説明する。

まず，RIM や AEG モデルの導出の際にも用いることができる zero-sum equality は次のようである (Ohlson 2002, 2005, Ohlson and Gao 2006)。つまり，y_{t+i} が確率変数であるとき（$\{y_{t+i}\}_{i=0}^{\infty}$ が確率過程であるとき），$T \to \infty$ のとき $\mathrm{E}_t\left[\frac{y_{t+T}}{(1+r)^T}\right] \to 0$ を仮定すると，次式が成立する。

$$y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[y_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}]}{(1+r)^i} = 0 \tag{12}$$

ここで，確率変数 y を少し特定して $y_{t+i} = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+i+1}]$ とする。つまり，x_{t+i} は確率変数であり $t+i$ 期の会計情報を表すものとする。ただし，この時点では利益などとまでは特定しない。また，ϕ は定数であり，以下で解釈を与える。

$y_{t+i} = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+i+1}]$ を zero-sum equality に代入すると次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
&\phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\phi \mathrm{E}_{t+i+1}[x_{t+i+1}] - (1+r)\phi \mathrm{E}_{t+i}[x_{t+i}]\right]}{(1+r)^i} \\
=&\phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i+1} - (1+r)x_{t+i}]}{(1+r)^i} \\
=&\phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^{i-1}} \\
=&\phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r) \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i} = 0
\end{aligned}
$$

割引配当モデルの右辺 $\left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = \phi(1+r)\sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i-1}/\phi]}{(1+r)^i}\right)$ をこの式の両辺に加えると次式が成り立つ。

$$
\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r) \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i}
$$

左辺を V_t とした次式が株主価値評価の一般モデルである。

$$
V_t = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r) \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \tag{13}
$$

なお，右辺第 2 項の期待値の中を $k_{t+i} \equiv x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}$ と定義しておく。

この (13) 式は，x_{t+i} と ϕ をどう定義するかによって，さまざまな株主価値評価モデルを導出することができることから，このノートでは一般モデルと呼ぶことにする。たとえば，$x_{t+i} = X_{t+i}$, $\phi = 1/r$ とすると，k_{t+i+1} は異常利益成長になり，(13) 式の一般モデルは (7) 式の AEG モデルに等しくなる。また，$x_{t+i} = Y_{t+i} + D_{t+i}$, $\phi = 1/(1+r)$ とすると，k_{t+i} は残余利益 X^a_{t+i} になり，(13) 式の一般モデルは (1) 式の RIM に等しくなることを示すことができる。$x_{t+i} = X_{t+i}$, $\phi = 1/r$ のときに AEG モデルに等しくなることは明らかなので，ここでは $x_{t+i} = Y_{t+i} + D_{t+i}$, $\phi = 1/(1+r)$ としたときに RIM に等しくなることを示しておく。

まず，k_{t+i} が残余利益 X^a_{t+i} になることは，次のように示すことができる。

$$
\begin{aligned}
k_{t+i} \equiv& x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1} \\
=& Y_{t+i} + D_{t+i} + (1+r)D_{t+i-1} - (1+r)(Y_{t+i-1} + D_{t+i-1}) \\
=& X_{t+i} - rY_{t+i-1} \\
=& X^a_{t+i}
\end{aligned}
$$

これを (13) 式に代入すると，次のように (1) 式の RIM に等しくなる [1]。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r)\sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \qquad (13)\\
=& \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1} + D_{t+1}]}{1+r} + \sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}\\
=& Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[Y_t + X_{t+1} - (1+r)Y_t]}{1+r} + \sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}\\
=& Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{1+r} + \sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}\\
=& Y_t + \sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}
\end{aligned}
$$

次に一般モデルについて，二期先以降の将来の k_{t+i} $(i \geq 2)$ が $100g$%で毎期一定成長するときには，次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r) \times \frac{\frac{\mathrm{E}_t[k_{t+2}]}{(1+r)^2}}{1 - \frac{1+g}{1+r}}\\
=& \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi\frac{\mathrm{E}_t[k_{t+2}]}{r-g}\\
=& \phi \cdot \left(\mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[k_{t+2}]}{r-g}\right) \qquad (14)
\end{aligned}
$$

[1] なお，$x_{t+i} = Y_{t+i-1}$, $\phi = 1$ としても (1) 式の RIM を導出することができる。この場合には，k_{t+i} は次のように $t+i-1$ 期の残余利益 X^a_{t+i-1} になる。

$$
\begin{aligned}
k_{t+i} \equiv& x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}\\
=& Y_{t+i-1} + D_{t+i-1} - (1+r)Y_{t+i-2}\\
=& X_{t+i-1} - rY_{t+i-2}\\
=& X^a_{t+i-1}
\end{aligned}
$$

これを (13) 式に代入すると，次のように (1) 式の RIM に等しくなる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r)\sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[k_{t+i}]}{(1+r)^i}\\
=& Y_t + (1+r)\sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i-1}]}{(1+r)^i}\\
=& Y_t + \sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}
\end{aligned}
$$

このように，$x_{t+i} = Y_{t+i-1}$, $\phi = 1$ とした方が計算が簡単なように思えるが，後で説明する GRIM への式展開が複雑になるのかもしれない（未確認）。あるいは，$x_{t+i} = Y_{t+i-1}$, $\phi = 1$ とした場合，y_{t+i} と x_{t+i+1} を対応させ，x_{t+i+1} と Y_{t+i} を対応させることになる点で，解釈しにくいということかもしれない。

Gao et al. (2019) の式展開を参考にすれば，(14) 式は次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi \cdot \left(\mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[k_{t+2}]}{r-g} \right) && (14) \\
=& \phi \cdot \left(\frac{(r-g)\mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \mathrm{E}_t[x_{t+2}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi - (1+r)\mathrm{E}_t[x_{t+1}]}{r-g} \right) \\
=& \phi \cdot \left(\frac{\mathrm{E}_t[x_{t+2}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi - \mathrm{E}_t[x_{t+1}] - g\mathrm{E}_t[x_{t+1}]}{r-g} \right) \\
=& \phi \cdot \left(\frac{\frac{\mathrm{E}_t[x_{t+2}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi-\mathrm{E}_t[x_{t+1}]}{\mathrm{E}_t[x_{t+1}]} - g}{r-g} \right) \times \mathrm{E}_t[x_{t+1}] \\
=& \phi \cdot \left(\frac{stg'_x - g}{r-g} \right) \times \mathrm{E}_t[x_{t+1}] \\
=& M'_x \times \mathrm{E}_t[x_{t+1}] && (15)
\end{aligned}
$$

ここで，$stg'_x \equiv \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+2}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi-\mathrm{E}_t[x_{t+1}]}{\mathrm{E}_t[x_{t+1}]}$，および $M'_x \equiv \phi \cdot \left(\frac{stg'_x-g}{r-g}\right)$ である。Gao et al. (2019) にしたがって，stg'_x は配当を調整した会計変数 x の短期の成長率と解釈し，また M'_x は会計変数 x の予想値 $\mathrm{E}_t[x_{t+1}]$ に乗じると株主価値が求まることから，マルチプルと呼ぶことにする。

株主価値評価を有限期間の価値＋ TV の価値として行ない，有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合，時点 t の株主価値 V_t は (4) 式のように表すことができる。また (15) 式は V_t に関する式であるが，将来の k_{t+i} が $t+T+2$ 期以降に毎期一定成長すると仮定した場合，同様の計算によって，$\mathrm{E}_t[V_{t+T}]$ は次のように表すことができる。

$$
TV = \mathrm{E}_t[V_{t+T}] = \phi \cdot \left(\mathrm{E}_t[x_{t+T+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[k_{t+T+2}]}{r-g} \right) = M_x \times \mathrm{E}_t[k_{t+T+1}] \qquad (16)
$$

ここで，$stg_x \equiv \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+T+2}]+\mathrm{E}_t[D_{t+T+1}]/\phi-\mathrm{E}_t[x_{t+T+1}]}{\mathrm{E}_t[x_{t+T+1}]}$，および $M_x \equiv \phi \cdot \left(\frac{stg_x-g}{r-g}\right)$ である。M_x は会計変数 x と TV を結びつけており，エグジット・マルチプルと解釈できる。(16) 式を (4) 式に代入すると次のようになる [2]。

$$
\begin{aligned}
V_t &= \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times \phi \cdot \left(\mathrm{E}_t[x_{t+T+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[k_{t+T+2}]}{r-g} \right) && (17) \\
&= \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times M_x \times \mathrm{E}_t[x_{t+T+1}] && (18)
\end{aligned}
$$

これは割引配当モデルと一定成長の一般モデルとのハイブリッド・モデルと解釈することができる。

エグジット・マルチプル $M_x \equiv \phi \cdot \left(\frac{stg_x-g}{r-g}\right)$ は，(i) 定数 ϕ と (ii) 会計変数 x の短期の成長率 stg_x と k_{t+T+i} の永久成長率 g の乖離を反映している。ここで，資本コストを「正

[2](17) 式は Gao et al. (2019) の本文の [8] 式，および Appendix の [A.2] 式と同一の内容である。また，(18) 式は Gao et al. (2019) の Appendix の [A.3] 式を含んでいる。

常の」(“normal”) 成長率と解釈すると，x の成長率 stg_x が正常の成長率 r に等しいとき，エグジット・マルチプル M_x は ϕ と等しくなる。このことから，ϕ は正常な水準のエグジット・マルチプルと解釈することができる[3]。

このように一般モデルには，RIM や AEG モデルにはない新しいパラメータである，正常な水準のエグジット・マルチプルと解釈できる ϕ が含まれている。そしてこの ϕ に追加的な価値関連情報が含まれているならば，実証上より説明力の高い株主価値評価モデルとなる可能性がある。Gao et al. (2019) の第一の貢献はこのような一般モデルを示したことにある。また第二の貢献として，以下で説明する OHJO モデルと GRIM のように，会計変数 x を特定することで，ϕ を正常な水準の予想 PER や正常な水準の PBR と解釈できることを示すとともに，OHJO モデルと GRIM の有用性を実証的に明らかにしている。

3.2 OHJO モデル

Gao et al. (2019) は一般モデルにおいて，$x_t = X_t$, $\phi = \phi_X$ としたとき，Ohlson and Johannesson (2016) が提示したモデルに一致することを示している[4]。なお，ϕ_X の解釈は後で説明することにする。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi_X \mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \phi_X(1+r)\sum_{i=2}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi_X - (1+r)X_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \\
=& \phi_X \mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \phi_X \sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+i+1} + D_{t+i}/\phi_X - (1+r)X_{t+i}]}{(1+r)^i} \qquad (19)
\end{aligned}
$$

ここで，右辺第 2 項の期待値の中を $AEG^{OHJO}_{t+i} \equiv X_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi_X - (1+r)X_{t+i-1}$ と定義しておく。この (19) 式を OHJO モデルと呼ぶ[5]。なお，$\phi_X = 1/r$ とすれば AEG モデルになることは明らかであるだろう。この意味で AEG モデルは OHJO モデルの特殊ケースと位置づけられる。なお，$x_t = X_t$, $\phi = \phi_X$ と置き換えるだけであるから，OHJO モデルの式の導出は 3.1 節とまったく同様である。

次に OHJO モデルについて，二期先以降の将来の AEG^{OHJO}_{t+i} $(i \geq 2)$ が $100g\%$ で毎期一定成長するときには，次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \phi_X \mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \phi_X \frac{\mathrm{E}_t[AEG^{OHJO}_{t+2}]}{r-g} \\
=& \phi_X \cdot \left(\mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[AEG^{OHJO}_{t+2}]}{r-g}\right) \qquad (20)
\end{aligned}
$$

[3] ただし，Gao, Myers, Myers, and Wu (2019, TAR) の脚注 4 によれば，ここでの「正常な」という解釈は理論的にはっきりしたものではなく不完全な概念であるとの指摘がある。

[4] 次の (19) 式は Gao et al. (2019) の本文の [1] 式と同一の内容である。

[5] Ohlson and Johannesson (2016) の名前の頭文字をとると，Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) の OJ モデルと区別できないことから 2 文字ずつとったと想像するが，正しいかどうかは分からない。

また，この (20) 式は次のようにも表すことができる。

$$V_t = \phi_X \cdot \left(\mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+2}^{OHJO}]}{r-g} \right) = M^{OHJO'} \times \mathrm{E}_t[X_{t+1}] \tag{21}$$

ここで，$stg^{OHJO'} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+2}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi_X - \mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}$，および $M^{OHJO'} \equiv \phi_X \cdot \left(\frac{stg^{OHJO'}-g}{r-g}\right)$ である。Gao et al. (2019) にしたがって，$stg^{OHJO'}$ は配当を調整した利益 X の短期の成長率と解釈し，また $M^{OHJO'}$ は予想利益 $\mathrm{E}_t[X_{t+1}]$ に乗じると株主価値が求まることから，予想 PER に基づくマルチプルと呼ぶことにする。

株主価値評価を有限期間の価値＋ TV の価値として行ない，有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合には，次式が得られる [6]。

$$V_t = \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times \phi_X \cdot \left(\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+T+2}^{OHJO}]}{r-g} \right) \tag{22}$$

$$= \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times M^{OHJO} \times \mathrm{E}_t[X_{t+T+1}] \tag{23}$$

ここで，$stg^{OHJO} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+T+2}]+\mathrm{E}_t[D_{t+T+1}]/\phi_X - \mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}{\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]}$，および $M^{OHJO} \equiv \phi_X \cdot \left(\frac{stg^{OHJO}-g}{r-g}\right)$ である。M^{OHJO} は予想利益 $\mathrm{E}_t[X_{t+T+1}]$ と TV を結びつけており，予想 PER に基づくエグジット・マルチプルと解釈できる。また (23) 式は，割引配当モデルと一定成長の OHJO モデルとのハイブリッド・モデルと解釈することができる。

予想 PER に基づくエグジット・マルチプル $M^{OHJO} \equiv \phi_X \cdot \left(\frac{stg^{OHJO}-g}{r-g}\right)$ は，(i) 定数 ϕ_X と (ii) 利益の短期の成長率 stg^{OHJO} と AEG_{t+T+i}^{OHJO} の永久成長率 g の乖離を反映している。3.1 節と同様に資本コストを正常の成長率と解釈すると，利益 X の短期の成長率 stg^{OHJO} が正常の成長率 r に等しいとき，エグジット・マルチプル M^{OHJO} は ϕ_X と等しくなる。このことから，ϕ_X は予想 PER に基づく正常な水準のエグジット・マルチプルと解釈することができる。

3.3 GRIM

この節では，Gao et al. (2019) において考察されている GRIM (Generalized Residual Income Model) を説明する [7]。これは 3.1 節の一般モデルの特殊ケースであるとともに，名前の通り RIM を一般化したモデルと解釈できる。

具体的には，一般モデルにおいて，$x_{t+i} = Y_{t+i} + D_{t+i}/\phi_Y$，$\phi = \phi_Y/(1+r)$ としたモデルである。まず，このときの $k_{t+i+1} \equiv x_{t+i+1} + D_{t+i}/\phi - (1+r)x_{t+i}$ を X_{t+i+1}^{aGRIM} と定義し，次

[6] (22) 式は Gao et al. (2019) の本文の [2] 式と同一の内容である。また，(23) 式は Gao et al. (2019) の本文の [3] 式を含んでいる。

[7] Gao et al. (2019) では，GRIV (Generalized Residual Income Valuation Model) と表記されている。

のように書き換える。

$$
\begin{aligned}
X^{aGRIM}_{t+i+1} \equiv & Y_{t+i+1} + D_{t+i+1}/\phi_Y + (1+r)D_{t+i}/\phi_Y - (1+r)(Y_{t+i} + D_{t+i}/\phi_Y) \\
= & Y_{t+i+1} + D_{t+i+1}/\phi_Y - (1+r)Y_{t+i} \\
= & X_{t+i+1} - D_{t+i+1} + D_{t+i+1}/\phi_Y - rY_{t+i} \\
= & X_{t+i+1} - rY_{t+i} - (1 - 1/\phi_Y)D_{t+i+1}
\end{aligned} \tag{24}
$$

なお，$\phi_Y = 1$ のとき，通常の残余利益 X^a_{t+i+1} に一致する。

この X^{aGRIM}_{t+i+1} を用いると，(13) 式の一般モデルは次のように表すことができる [8]。

$$
V_t = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r) \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
= & \phi_Y \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1} + D_{t+1}/\phi_Y]}{1+r} + \phi_Y \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+i}]}{(1+r)^i} \\
= & \phi_Y \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1} + X^{aGRIM}_{t+1} - X_{t+1} + rY_t + D_{t+1}]}{1+r} + \phi_Y \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+i}]}{(1+r)^i} \\
= & \phi_Y \frac{\mathrm{E}_t[Y_t - D_{t+1} + rY_t + D_{t+1}]}{1+r} + \phi_Y \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+i}]}{(1+r)^i} \\
= & \phi_Y Y_t + \phi_Y \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+i}]}{(1+r)^i}
\end{aligned} \tag{25}
$$

この (25) 式を GRIM と呼ぶ。なお，$\phi_Y = 1$ のとき，RIM に一致する。この意味で RIM は GRIM の特殊ケースであり，逆に GRIM は RIM を一般化したモデルと位置づけられる。

次に GRIM について，次期以降の将来の X^{aGRIM}_{t+i} $(i \geq 1)$ が $100g$%で毎期一定成長するときには，次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t = & \phi_Y Y_t + \phi_Y \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+1}]}{r-g} \\
= & \phi_Y \cdot \left(Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X^{aGRIM}_{t+1}]}{r-g} \right)
\end{aligned} \tag{26}
$$

[8] 次の (25) 式は Gao et al. (2019) の本文の [4] 式と同一の内容である。

Gao et al. (2019) の式展開を参考にすれば，(26) 式は次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
V_t =&\phi_Y \cdot \left(Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}^{aGRIM}]}{r-g} \right) &(26)\\
=&\phi_Y \cdot \left(\frac{(r-g)Y_t + \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - rY_t - (1-1/\phi_Y)\mathrm{E}_t[D_{t+1}]}{r-g} \right)\\
=&\phi_Y \cdot \left(\frac{-gY_t + \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - \mathrm{E}_t[D_{t+1}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi_Y}{r-g} \right)\\
=&\phi_Y \cdot \left(\frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}] + \mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi_Y - Y_t - gY_t}{r-g} \right)\\
=&\phi_Y \cdot \left(\frac{\frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi_Y - Y_t}{Y_t} - g}{r-g} \right) \times Y_t\\
=&\phi_Y \cdot \left(\frac{stg^{GRIM'} - g}{r-g} \right) \times Y_t\\
=&M^{GRIM'} \times Y_t &(27)
\end{aligned}
$$

ここで，$stg^{GRIM'} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+1}]/\phi_Y - Y_t}{Y_t}$，および $M^{GRIM'} \equiv \phi_Y \cdot \left(\frac{stg^{GRIM'}-g}{r-g}\right)$ である。Gao et al. (2019) にしたがって，$stg^{GRIM'}$ は配当を調整した株主資本 Y の短期の成長率と解釈し，また $M^{GRIM'}$ は時点 t における株主資本 Y_t に乗じると株主価値が求まることから，PBR に基づくマルチプルと呼ぶことにする。

株主価値評価を有限期間の価値＋ TV の価値として行ない，有限期間の T 期間については割引配当モデルで評価するとした場合には，次式が得られる [9]。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times \phi_Y \cdot \left(Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}^{aGRIM}]}{r-g} \right) &(28)\\
=& \sum_{i=1}^{T} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{1}{(1+r)^T} \times M^{GRIM} \times \mathrm{E}_t[Y_{t+T}] &(29)
\end{aligned}
$$

ここで，$stg^{GRIM} \equiv \frac{\mathrm{E}_t[Y_{t+T+1}]+\mathrm{E}_t[D_{t+T+1}]/\phi_Y - \mathrm{E}_t[Y_{t+T}]}{\mathrm{E}_t[Y_{t+T}]}$，および $M^{GRIM} \equiv \phi_Y \cdot \left(\frac{stg^{GRIM}-g}{r-g}\right)$ である。M^{GRIM} は株主資本 Y_{t+T} と TV を結びつけており，PBR に基づくエグジット・マルチプルと解釈できる。また (29) 式は，割引配当モデルと一定成長の GRIM とのハイブリッド・モデルと解釈することができる。

株主資本に基づくエグジット・マルチプル $M^{GRIM} \equiv \phi_Y \cdot \left(\frac{stg^{GRIM}-g}{r-g}\right)$ は，(i) 定数 ϕ_Y と (ii) 株主資本の短期の成長率 stg^{GRIM} と X_{t+T+i}^{aGRIM} の永久成長率 g の乖離を反映している。3.1 節と同様に資本コストを正常の成長率と解釈すると，株主資本 Y の短期の成長率 stg^{GRIM} が正常の成長率 r に等しいとき，エグジット・マルチプル M^{GRIM} は ϕ_Y と等しくなる。このことから，ϕ_Y は PBR に基づく正常な水準のエグジット・マルチプルと解釈することができる。

[9] (28) 式は Gao et al. (2019) の本文の [5] 式と同一の内容である。また，(29) 式は Gao et al. (2019) の本文の [6] 式を含んでいる。

3.4　特殊ケースとしてのマルチプル法

最後に，一般モデルに多くの仮定をおくと，単純なマルチプル法に対応するモデルも導出できることを示す。(13) 式の一般モデルは次のようであった。

$$V_t = \phi \mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \phi(1+r)\sum_{i=2}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \tag{13}$$

ここで，すべての i (≥ 2) について，$k_{t+i} \equiv x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1} = 0$ とすると，次のようになる。

$$V_t = \phi \cdot \mathrm{E}_t[x_{t+1}] \tag{30}$$

あるいは将来の k_{t+i} (≥ 2) が毎期一定成長の一般モデルは次のようであった。

$$V_t = \phi \cdot \left(\mathrm{E}_t[x_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[k_{t+2}]}{r-g} \right) \tag{14}$$

したがって，この式において，$k_{t+2} = 0$ としても (30) 式が成り立つ。

(30) 式は x_{t+1} を $t+1$ 期の予想利益 X_{t+1} とすれば予想 PER に基づくマルチプル法，時点 t の株主資本 Y_t とすれば PBR に基づくマルチプル法と解釈することができる。

さらに，(14) 式において，$x_{t+1} = X_{t+1}$ および $\phi = \phi_X$ としたのが (20) 式である。なお，このとき，$k_{t+2} = AEG_{t+2}^{OHJO}$ である。

$$V_t = \phi_X \cdot \left(\mathrm{E}_t[X_{t+1}] + \frac{\mathrm{E}_t[AEG_{t+2}^{OHJO}]}{r-g} \right) \tag{20}$$

したがって，$AEG_{t+2}^{OHJO} = 0$ としたものが予想 PER に基づくマルチプル法とも言える。同様に，(14) 式において，$x_{t+1} = Y_{t+1} + D_{t+1}/\phi_Y$ および $\phi = \phi_Y$ としたのが (26) 式である。なお，このとき，$k_{t+2} = X_{t+2}^{aGRIM}$ である。

$$V_t = \phi_Y \cdot \left(Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}^{aGRIM}]}{r-g} \right) \tag{26}$$

したがって，$X_{t+1}^{aGRIM} = 0$ としたものが PBR に基づくマルチプル法とも言える。

4　おわりに

これまでの議論をまとめれば次のようである。まず，一般モデルにおける x_{t+i} および ϕ を具体的に定義することによって，その特殊ケースとして，OHJO モデルおよび GRIM を導出することができる。次に，OHJO モデルのパラメータ ϕ_X を $1/r$ とした特殊ケースとして AEG モデルを，GRIM のパラメータ ϕ_Y を 1 とした特殊ケースとして RIM を導出することができる。最初に示した図 1 に，一般モデルにおける x_{t+i} および ϕ をどのように定義すれば他のモデルを導出することができるのかを示したのが次の図 2 である。

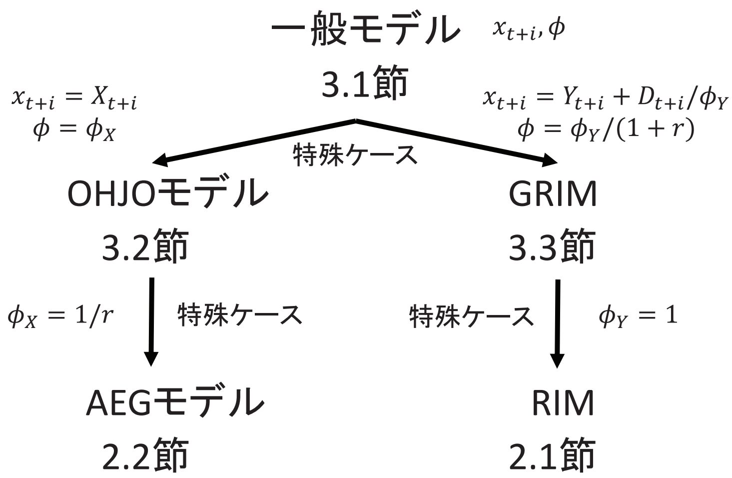

図 2. 各モデルの関係 (2)

付録　Gao et al. (2019) とこのノートの記号の対応表

主要な変数について，Gao et al. (2019) とこのノートの記号の対応は次のようになっている。

表 2. Gao et al. (2019) とこのノートの記号の対応表

Gao et al. (2019)	このノート	意味
e_t	X_t	利益
b_t	Y_t	株主資本
d_t	D_t	配当
RI_t	X_t^a	残余利益
R	$1+r$	割引率
G	$1+g$	成長率
x_t	x_t	会計変数（同一記号）
ϕ	ϕ	会計変数 x のマルチプル（同一記号）
ϕ_e	ϕ_X	利益のマルチプル
ϕ_b	ϕ_Y	株主資本のマルチプル
STG_x	$1+stg_x$	会計変数 x の短期の成長率
STG^{OHJO}	$1+stg^{OHJO}$	利益 X の短期の成長率
STG^{GRIV}	$1+stg^{GRIM}$	株主資本 Y の短期の成長率
z_{t+i}	k_{t+i}	$k_{t+i} \equiv x_{t+i} + D_{t+i-1}/\phi - (1+r)x_{t+i-1}$

参考文献

Gao, Z., J. N. Myers, L. A. Myers, and W.-T. Wu (2019) “Can a Hybrid Method Improve Equity Valuation? An Empirical Evaluation of the Ohlson and Johannesson (2016) Model,” *The Accounting Review*, Vol. 94, No. 6, pp. 227–252.

Ohlson, J. A. (2002) “Discussion of “Residual Income and Value-Creation: The Missing Link”,” *Review of Accounting Studies*, Vol. 7, No. 2-3, pp. 247–251.

——— (2005) “On Accounting-Based Valuation Formulae,” *Review of Accounting Studies*, Vol. 10, No. 2-3, pp. 323–347.

Ohlson, J. A. and Z. Gao (2006) “Earnings, Earnings Growth and Value,” *Foundations and Trends® in Accounting 1(1)*, Vol. 1, No. 1.

Ohlson, J. A. and E. Johannesson (2016) “Equity Value as a Function of (eps1, eps2, dps1, bvps, beta): Concepts and Realities,” *ABACUS*, Vol. 50, No. 1, pp. 70–99.

Ohlson, J. A. and B. E. Juettner-Nauroth (2005) “Expected EPS and EPS Growth as Determinants of Value,” *Review of Accounting Studies*, Vol. 10, No. 2-3, pp. 349–365.