キャリア・コンサーン：近視眼的行動

作成：椎葉　淳

- Stein, J. C., 1989, "Efficient Capital Markets, Inefficient Firms: A Model of Myopic Corporate Behavior," *Quarterly Journal of Economics* 104(4), pp. 655–669.

1. イントロダクション

- 高い株価を達成したいという欲求は，長期的な便益を犠牲にしてでも短期的な利益を増加させるという近視眼的行動(myopic behavior)に，経営者を導くであろうか。
- 経済学者の多くは，このような根拠は十分ではないと主張する。なぜなら，市場は増加した利益によってシステマティックにだまされるとは考えにくく，経営者が企業の長期的利益に沿わないような行動をとれば，その結果として株価が下落するのみである。したがって，高い株価を達成することに関心のある経営者は，近視眼的な行動をとらないと考えるのである。

1. イントロダクション

- この論文は，完全に効率的な市場においてでさえも，株価に関心のある経営者が近視眼的な行動をとる可能性のあることを示すことによって，上記のような主張に反論する。
- この論文の結果によれば，現在の株価に対する経営者の関心が高まれば高まるほど，問題はより深刻になる。

準備

- 条件付き期待値と条件付き分散
  - $X = x$ のもとでの Y の条件付き期待値 $E[Y \mid X = x]$ と条件付き分散 $\mathrm{Var}[Y \mid X = x]$ は，次のようにあらわすことができる。

$$E[Y \mid X = x] = E(Y) + \frac{\mathrm{Cov}(X, Y)}{\mathrm{Var}(X)}(x - E(X))$$

$$\mathrm{Var}[Y \mid X = x] = \mathrm{Var}(Y) - \frac{(\mathrm{Cov}(X, Y))^2}{\mathrm{Var}(X)}$$

準備

- 例：ラーニング
  - η：エージェントの能力
    - エージェントの能力は観察不可能であり，第1期期首時点では，$\eta \sim N(m_1, \sigma_1^2)$ であることが知られている。精度（分散の逆数）を $h_1 (= 1/\sigma_1^2)$ とあらわす。
  - x_t：第 t 期末に観察されるアウトプット
    - $x_t = \eta + \varepsilon_t,\ \ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$
    - 精度を $h_\varepsilon (= 1/\sigma_\varepsilon^2)$ とあらわす。

Q1. 第2期期首において，$\eta \sim N(m_2, \sigma_2^2)$ とする。m_2 と σ_2^2 はそれぞれどのようにあらわせるか。

Q2. 第3期期首において，$\eta \sim N(m_3, \sigma_3^2)$ とする。m_3 と σ_3^2 はそれぞれどのようにあらわせるか。

Q3. 一般に，第 t 期期首において，$\eta \sim N(m_t, \sigma_t^2)$ とする。m_t と σ_t^2 はそれぞれどのようにあらわせるか。

準備

- 例（続き）: Q1. 第2期期首
  - 期待値m_2

$$
\begin{aligned}
m_2 = E[\eta \mid x_1] &= m_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_\varepsilon^2}(x_1 - m_1) \\
&= m_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_1 + h_\varepsilon}(x_1 - m_1) \\
&= \frac{h_1}{h_1 + h_\varepsilon} m_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_1 + h_\varepsilon} x_1 \\
&= \frac{h_1 m_1 + h_\varepsilon x_1}{h_1 + h_\varepsilon} \\
&= \omega_1 m_1 + (1 - \omega_1) x_1
\end{aligned}
$$

    * ここで$\omega_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_\varepsilon}$である。

準備

- 例（続き）: Q1. 第 2 期期首
  - 分散 σ_2^2

$$
\begin{aligned}
\sigma_2^2 = \mathrm{Var}[\eta \mid x_1] = \mathrm{Var}(\eta) - \frac{(\mathrm{Cov}(x_1, \eta))^2}{\mathrm{Var}(x_1)} \\
&= \sigma_1^2 - \frac{(\sigma_1^2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_\varepsilon^2} \\
&= \frac{\sigma_1^2 \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_1^2 + \sigma_\varepsilon^2} \\
&= \frac{1}{h_1 + h_\varepsilon}
\end{aligned}
$$

  * 分散 σ_2^2 の逆数 $\frac{1}{\sigma_2^2}$ を h_2 とあらわすと，$h_2 = h_1 + h_\varepsilon$ である。

準備

- 例（続き）: Q2. 第3期期首

$$
\begin{aligned}
m_3 = E[\eta \mid x_1, x_2] &= \frac{h_2}{h_2 + h_\varepsilon} m_2 + \frac{h_\varepsilon}{h_2 + h_\varepsilon} x_2 \\
&= \frac{h_2}{h_2 + h_\varepsilon} \left(\frac{h_1}{h_1 + h_\varepsilon} m_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_1 + h_\varepsilon} x_1 \right) + \frac{h_\varepsilon}{h_2 + h_\varepsilon} x_2 \\
&= \frac{h_1}{h_2 + h_\varepsilon} m_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_2 + h_\varepsilon} x_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_2 + h_\varepsilon} x_2 \qquad \text{（}h_2 = h_1 + h_\varepsilon \text{より）} \\
&= \frac{h_1}{h_1 + 2h_\varepsilon} m_1 + \frac{h_\varepsilon}{h_1 + 2h_\varepsilon} (x_1 + x_2) \\
&= \frac{h_1}{h_1 + 2h_\varepsilon} m_1 + \frac{2h_\varepsilon}{h_1 + 2h_\varepsilon} \bar{x} \qquad \text{（}\bar{x} \equiv \frac{1}{2}(x_1 + x_2)\text{）} \\
\sigma_3^2 = \mathrm{Var}[\eta \mid x_1, x_2] &= \frac{1}{h_2 + h_\varepsilon} = \frac{1}{h_1 + 2h_\varepsilon}
\end{aligned}
$$

準備

- 例（続き）: Q3. 第t期期首

$$m_t = E[\eta \mid x_1, x_2, \cdots, x_{t-1}] = \frac{h_{t-1}m_{t-1} + h_\varepsilon x_{t-1}}{h_{t-1} + h_\varepsilon} = \frac{h_1 m_1 + h_\varepsilon \sum_{s=1}^{t-1} x_s}{h_1 + (t-1)h_\varepsilon}$$
$$= \frac{h_1 m_1 + (t-1)h_\varepsilon \bar{x}}{h_1 + (t-1)h_\varepsilon}$$

$$\sigma_t^2 = \mathrm{Var}[\eta \mid x_1, x_2, \cdots, x_{t-1}] = \frac{1}{h_{t-1} + h_\varepsilon} = \frac{1}{h_1 + (t-1)h_\varepsilon}$$
$$\Longrightarrow h_t = h_1 + (t-1)h_\varepsilon$$

  - $\mathrm{Var}(\bar{x}) = \mathrm{Var}\left(\frac{1}{t-1}\sum_{s=1}^{t-1} x_s\right) = \frac{1}{(t-1)^2}(t-1)\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(t-1)} \Longrightarrow h_{\bar{x}} = (t-1)h_\varepsilon$
  - $t \to \infty$のとき，$h_t \to \infty(\sigma_t^2 \to 0)$となるので，能力$\eta$が分かる。

2. モデル

2.1 設定

- リスク中立的な経営者と株式市場
- 第 t 期の利益マネジメント前の利益(“natural” earnings)：e_t^n

$$e_t^n = z_t + v_t$$

  - $z_t = z_{t-1} + u_t$：恒久的利益(“permanent” earnings)
    * $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$，以下では $h_u = 1/\sigma_u^2$ とあらわす。
  - $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$：一時的利益(“transitory” earnings)，以下では $h_v = 1/\sigma_v^2$ とあらわす。
  - z_t と v_t は，経営者も市場も観察できない。

2. モデル

2.1 設定

- 第 t 期の公表利益：e_t

$$e_t = e_t^n + b_t - c(b_{t-1})$$

  - b_t：第 t 期の利益マネジメント
  - $c(b_{t-1})$：第 $t-1$ 期の利益マネジメントのコスト
    - $c'(\cdot) > 0, c''(\cdot) > 0, c'(0) = 1 + r$
    - r：市場における割引率，$\delta = 1/(1+r)$ とする。
- 第 t 期（末）の株価：P_t

$$P_t = E_t \sum_{j=t+1}^{\infty} \frac{e_j}{(1+r)^j} = E_t \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t} e_j$$

  - 各期の利益は配当として直ちに支払われると仮定する。

2. モデル

2.1 設定

- 経営者の効用関数：U_t

$$U_t = e_t + \pi P_t + (1-\pi)\frac{e_{t+1}}{1+r}$$

  - 当期の配当（＝利益）を得て，π の割合の株式を売却すると仮定する。
  - 現在の行動 (b_t) は，2 期以上先の利益には影響を与えないため，効用関数には含まれていない。

- 各 t 期のタイミング
  1. （期首）経営者が期待効用を最大にするように，第 t 期における利益マネジメントの水準 b_t を選択する。
  2. （期末）第 t 期の公表利益 e_t が市場に伝達され，株価 P_t が形成される。

2. モデル

2.2 ベンチマーク

- 配当（＝利益）の割引現在価値合計を最大にするとき，第t期の経営者は次の問題を解く。

$$\max_{b_t} \; b_t + E_t \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t} e_j = b_t + \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t} \Big(E_t[e_j^n] + b_j - c(b_{j-1}) \Big)$$

- b_t で微分すると次のようになる。

$$1 - \delta c'(b_t) < 0$$

  - 最後の不等式は，$c'(\cdot) > 0, c''(\cdot) > 0, c'(0) = 1 + r = 1/\delta$ から成り立つ。
  - したがって，$b_t = 0$ が最適となる。

2. モデル

2.3 分析

- 第t期の株価形成時における恒久的利益に対する市場の予想
- 第t+1期期首における恒久的利益に対する市場の予想:$z_{t+1} \sim N(m_{t+1}, \sigma^2_{t+1})$
  - 期待値m_{t+1}

$$\begin{aligned} m_{t+1} = E[z_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}] &= \frac{h_t m_t + h_v x_t}{h_t + h_v} \\ &= \omega_t m_t + (1 - \omega_t) x_t \end{aligned}$$

    * $\Omega^M_{t+1} = \{e_1, e_2, \cdots, e_t\}$
    * $h_t = 1/\sigma^2_t$
    * $x_t = e_t - \hat{b}_t + c(\hat{b}_{t-1})$
    * $\omega_t = \frac{h_t}{h_t + h_v}$

2. モデル

2.3 分析

- 別表現（Stein (1989) の (6) 式を理解するためにも有用）

$$
\begin{aligned}
m_{t+1} &= \omega_t m_t + (1-\omega_t)x_t \\
&= \omega_t(\omega_{t-1}m_{t-1} + (1-\omega_{t-1})x_{t-1}) + (1-\omega_t)x_t \\
&= \omega_t\omega_{t-1}m_{t-1} + \omega_t(1-\omega_{t-1})x_{t-1} + (1-\omega_t)x_t \\
&= \omega_t\omega_{t-1}\omega_{t-2}m_{t-2} + \omega_t(1-\omega_{t-1})(1-\omega_{t-2})x_{t-2} + \omega_t(1-\omega_{t-1})x_{t-1} + (1-\omega_t)x_t \\
&= \cdots \\
&= \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j x_{t-j}
\end{aligned}
$$

  * $x_t = e_t - \hat{b}_t + c(\hat{b}_{t-1})$ (Stein (1989) の記号では $\hat{e}_t^n$)
  * $\omega_t = \frac{h_t}{h_t+h_v}$, $h_t = 1/\sigma_t^2$
  * x_t の係数を $\alpha_0 \equiv (1-\omega_0)$，$x_{t-1}$ の係数を $\alpha_1 \equiv \omega_t(1-\omega_{t-1})$ などとする。このとき，$\sum_{j=0}^{\infty}\alpha_j = 1$ である。

2. モデル

2.3 分析

- 第t期の株価形成時における恒久的利益に対する市場の予想
- 第t+1期期首における恒久的利益に対する市場の予想:$z_{t+1} \sim N(m_{t+1}, \sigma^2_{t+1})$
  - 分散σ^2_{t+1}

$$
\begin{aligned}
\sigma^2_{t+1} &= \mathrm{Var}[z_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}] = \mathrm{Var}[z_{t+1} \mid \Omega^M_t] - \frac{(\mathrm{Cov}(e_t, z_t \mid \Omega^M_t))^2}{\mathrm{Var}[e_t \mid \Omega^M_t]} \\
&= \sigma^2_t + \sigma^2_u - \frac{\sigma^4_t}{\sigma^2_t + \sigma^2_v} = \frac{\sigma^2_t\sigma^2_u + \sigma^2_t\sigma^2_v + \sigma^2_u\sigma^2_v}{\sigma^2_t + \sigma^2_v} \\
&= \frac{h_t + h_v + h_u}{(h_t + h_v)h_u} \\
&= \frac{1}{h_t + h_v} + \frac{1}{h_u}
\end{aligned}
$$

2. モデル

2.3 分析

- 第 t 期
  - 経営者が選択する利益マネジメント水準 b_t

$$\max_{b_t} \; E[U_t \mid \Omega_t] = E\left[e_t + \pi P_t + (1-\pi)\delta e_{t+1} \mid \Omega_t\right]$$

$$= E\left[e_t + \pi \sum_{j=t+1}^{\infty} E[\delta^{j-t} e_j \mid \Omega_{t+1}^M] + (1-\pi)\delta e_{t+1} \mid \Omega_t\right]$$

* $\Omega_t = \{b_1, e_1, b_2, e_2, ..., b_{t-1}, e_{t-1}, b_t\}$：第 t 期において経営者が利益マネジメントを選択する時点の情報
* $\Omega_{t+1}^M = \{e_1, e_2, ..., e_t\}$：第 t 期期末（第 $t+1$ 期期首）における市場の情報

2. モデル

2.3 分析

- 第 t 期
  - b_t が $E[E[e_s \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t]$ $(s \geq t+1)$ に与える影響

$$
\begin{aligned}
E[e_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}] =& E\left[e^n_{t+1} + b_{t+1} - c(b_t) \mid \Omega^M_{t+1}\right] \\
=& E\left[z_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+1} - c(\hat{b}_t) \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t) x_t + \hat{b}_{t+1} - c(\hat{b}_t) \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t)(e_t - \hat{b}_t + c(\hat{b}_{t-1})) + \hat{b}_{t+1} - c(\hat{b}_t) \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t) e_t + \kappa_1 \\
E[E[e_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t] =& \omega_t m_t + (1-\omega_t)(E[e^n_t + b_t - c(b_{t-1}) \ \mid \Omega_t]) + \kappa_1 \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t)(E[z_t + v_t + b_t - c(b_{t-1}) \mid \Omega_t]) + \kappa_1 \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t)(m_t + b_t - c(b_{t-1})) + \kappa_1 \\
=& m_t + (1-\omega_t)(b_t - c(b_{t-1})) + \kappa_1
\end{aligned}
$$

2. モデル

2.3 分析

- 第t期
  - b_tが$E[E[e_s \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t]$ $(s \geq t+1)$に与える影響

$$
\begin{aligned}
E[e_{t+2} \mid \Omega^M_{t+1}] =& E\left[e^n_{t+2} + b_{t+2} - c(b_{t+1}) \mid \Omega^M_{t+1}\right] \\
=& E\left[z_{t+2} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+2} - c(\hat{b}_{t+1}) \\
=& E\left[z_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+2} - c(\hat{b}_{t+1}) \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t)(e_t - \hat{b}_t + c(\hat{b}_{t-1})) + \hat{b}_{t+2} - c(\hat{b}_{t+1}) \\
=& \omega_t m_t + (1-\omega_t)e_t + \kappa_2 \\
E[E[e_{t+2} \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t] =& m_t + (1-\omega_t)(b_t - c(b_{t-1})) + \kappa_2
\end{aligned}
$$

2. モデル

2.3 分析

- 第 t 期
  - b_t が $E[E[e_s \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t]$ $(s \geq t+1)$ に与える影響

$$
\begin{aligned}
E[e_{t+3} \mid \Omega^M_{t+1}] &= E\left[e^n_{t+3} + b_{t+3} - c(b_{t+2}) \mid \Omega^M_{t+1}\right] \\
&= E\left[z_{t+3} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+3} - c(\hat{b}_{t+2}) \\
&= E\left[z_{t+2} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+3} - c(\hat{b}_{t+2}) \\
&= E\left[z_{t+1} \mid \Omega^M_{t+1}\right] + \hat{b}_{t+3} - c(\hat{b}_{t+2}) \\
&= \omega_t m_t + (1-\omega_t)(e_t - \hat{b}_t + c(\hat{b}_{t-1})) + \hat{b}_{t+3} - c(\hat{b}_{t+2}) \\
&= \omega_t m_t + (1-\omega_t)e_t + \kappa_3 \\
E[E[e_{t+3} \mid \Omega^M_{t+1}] \mid \Omega_t] &= m_t + (1-\omega_t)(b_t - c(b_{t-1})) + \kappa_3
\end{aligned}
$$

2. モデル

2.3 分析

- 第 t 期：経営者の問題

$$\max_{b_t}\ E\left[e_t + \pi \sum_{j=1}^{\infty} E[\delta^j e_{t+j} \mid \Omega^M_{t+1}] + (1-\pi)\delta e_{t+1} \mid \Omega_t\right]$$

$$\Rightarrow \max_{b_t}\ b_t + \pi\Big(\delta(1-\omega_t)b_t + \delta^2(1-\omega_t)b_t + \delta^3(1-\omega_t)b_t + \cdots\Big) - (1-\pi)\delta c(b_t)$$

$$\Longleftrightarrow \max_{b_t}\ b_t + \pi\frac{\delta(1-\omega_t)}{1-\delta}b_t - (1-\pi)\delta c(b_t)$$

2. モデル

2.3 分析

- 第 t 期
  - FOC:

$$1 + \pi \frac{\delta(1 - \omega_t)}{1 - \delta} = (1 - \pi)\delta c'(b_t^*)$$

2. モデル

2.4 定常状態

- 定常状態におけるω_t，すなわちω^*を求める。このとき，$\omega^* = \frac{h^*}{h^*+h_v}$より，定常状態における$h_t$，すなわち$h^*$も求まることになる。

$$\omega_t = \frac{h_t}{h_t + h_v} = \frac{1}{1 + \frac{h_v}{h_t}} = \frac{1}{1 + \frac{h_v}{h_{t-1}+h_v} + \frac{h_v}{h_u}} \qquad \left(\frac{1}{h_t} = \frac{1}{h_{t-1} + h_v} + \frac{1}{h_u}\right)$$

$$= \frac{1}{1 + 1 - \frac{h_{t-1}}{h_{t-1}+h_v} + \frac{h_v}{h_u}}$$

$$= \frac{1}{2 - \omega_{t-1} + k} \qquad k \equiv \frac{h_v}{h_u}$$

2. モデル

2.4 定常状態

- 定常状態におけるω_t，すなわちω^*を求める。
  - 定常状態においては$\omega_t = \omega_{t-1} = \omega^*$であるから次式が成り立つ。

$$\omega^* = \frac{1}{2 - \omega^* + k}$$

  - $0 < \omega^* < 1$を満たすω^*を求めると次のようになる。

$$\omega^* = 1 + \frac{1}{2}k - \sqrt{\frac{1}{4}k^2 + k},\ \ 1 - \omega^* = \sqrt{\frac{1}{4}k^2 + k} - \frac{1}{2}k \quad \text{(Stein (1989) の (7) 式)}$$

  - $\omega^* = \frac{h^*}{h^* + h_v}$から，$h^*$を求めると次のようになる。

$$h^* = \frac{h_v \omega^*}{1 - \omega^*}$$

2. モデル

2.4 定常状態

- 第 t 期
  - FOC:

$$1 + \pi \frac{\delta(1 - \omega_t)}{1 - \delta} = (1 - \pi)\delta c'(b_t^*)$$

  - 定常状態では $\omega_t = \omega_{t+1} = \cdots = \omega^*$ であるので，定常状態における利益マネジメント b^* は次式を満たす。

$$1 + \pi \frac{\delta(1 - \omega^*)}{1 - \delta} = (1 - \pi)\delta c'(b^*)$$

2. モデル

2.4 定常状態

- 第 t 期
  - Stein (1989) の (10) 式と比較するために，次の記号を用いる。

$$\delta = \frac{1}{1+r} \Longleftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{\delta}{1-\delta}\ ,\ \alpha_0 = 1 - \omega^*$$

  - このとき次のようになる。

$$c'(b^*) = \frac{1+r}{1-\pi}\left(1 + \pi\frac{\alpha_0}{r}\right)$$

    * Stein (1989) の (10) 式に一致している。

2. モデル

2.5 含意

- 結果
  - $\pi = 0$ のとき，すなわち経営者が現在の株価に注意を払わないとき，b^* はファースト・ベストの水準になる。
  - π が0より大きくなればなるほど，b^* は大きくなり，近視眼的行動の問題は大きくなる。
  - $(1 - \omega^*)$ が大きくなるとき，すなわち将来の予想をする際に現在の利益が重要になればなるほど，近視眼的行動の問題は大きくなる。

2. モデル

2.5 含意

- 第 t 期（末）の株価：P_t

$$P_t = \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t} E_t\left(e_j \mid \Omega^M_{t+1}\right)$$

- 定常状態における第 t 期（末）の株価：P^*_t

$$\begin{aligned}
P^*_t &= \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t} E_t\left(e_j \mid \Omega^M_{t+1}\right) = \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t}(E_t\left(e^n_j \mid \Omega^M_{t+1}\right) + b^* - c(b^*)) \\
&= \sum_{j=t+1}^{\infty} \delta^{j-t}(m_{t+1} + b^* - c(b^*)) = \frac{1}{r}(m_{t+1} + b^* - c(b^*)) \\
&= \frac{1}{r}\left(\sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j(e_t - b^* + c(b^*)) + b^* - c(b^*)\right) = \frac{1}{r}\left(\sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j e_{t-j}\right)
\end{aligned}$$

  - α_0/r は t 期の利益 e_t の係数であり，価値関連性 (value relevance) と解釈できる。

2. モデル

2.5 含意

- 参考
  - Stein, Luke C. D. and Wang, Charles C. Y., Economic Uncertainty and Earnings Management (March 24, 2016). Harvard Business School Accounting & Management Unit Working Paper No. 16-103. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=2746091