会計情報に基づく企業価値評価(4)

作成：2018年7月3日

最終更新：2023年12月18日

椎葉　淳

TOPIC #1
Lai (2020)

- Ohlson, J, A., and E. Johannesson, 2016. "Equity Value as a Function of (eps1, eps2, dps1, bvps, beta): Concepts and Realities," *ABACUS* 50(1), pp. 70–99.
- Gao, Z., J. N. Myers, L. A. Myers, and W.-T. Wu, 2019. "Can a Hybrid Method Improve Equity Valuation? An Empirical Evaluation of the Ohlson and Johannesson (2016) Model," *The Accounting Review* 94(6), pp. 227–252.
- Lai, C., 2020, "A Note on a Framework for Valuation Ratios based on Fundamentals," *Contemporary Accounting Research* 37(4), pp. 2213–2223.

Lai (2020)

1. イントロ

- 評価倍率(valuation ratio)は，株価を予想利益，株主資本簿価，利益成長などの会計指標で除した値である。
  - 異常簿価成長モデル，およびCSRを仮定して展開した残余利益モデル(RIM)は，PBRの基準値(= 1)を与える式と解釈できた。
  - 異常利益成長モデル(AEGモデル）とOJモデル，およびCSRを仮定して展開した残余利益成長モデルとOJモデル+CSRは，予想PERの基準値(= $1/r$)を与える式と解釈できた。

Lai (2020)

1. イントロ

- 評価倍率 (valuation ratio) は，株価を予想利益，株主資本簿価，利益成長などの会計指標で除した値である。
  - 異常利益成長モデル (AEG モデル）は，二期先以降の将来異常利益成長 AEG_{t+i} $(i \geq 2)$ が一定のときには，PEG モデルとなった。

$$V_t = \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} \cdot \frac{g^X}{r} \tag{1}$$

    * $g^X \equiv \mathrm{E}_t \left[\frac{X_{t+2} - (X_{t+1} - rD_{t+1})}{X_{t+1}} \right]$：期待利益成長率
    * 予想利益に基づく株価収益率 (Forward Price Earnings Ratio) を利益成長率で割った値 $\left(\frac{P_t}{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]} / g^X \right)$ は PEG レシオと呼ばれる。
    * (1) 式において左辺を株価 P_t とすると，PEG レシオは $\left(\frac{1}{r}\right)^2$ に一致する。

Lai (2020)

1. イントロ

- 評価倍率 (valuation ratio) は，実証研究において，株式を評価して，ミスプライシングされている証券を特定したり，資本コストを求めるために用いられてきた。
- このような評価倍率は，しばしば単純でアドホックであると考えられ，理論的な裏付けが必要であるとされてきた。
- この論文では，Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) と Ohlson (2005) に基づいた一般的なフレームワークに依拠して，ファンダメンタルズに基づく評価倍率を導出する統一したアプローチを提示する。
  - このような評価倍率をファンダメンタルな評価倍率 (fundamental valuation ratios) と呼ぶ。

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- 次の２つが重要な前提である。
  1. 期待配当の現在価値に関する次式は仮定する

$$V_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i}$$

  2. 次の２つのスライドで説明する“zero-sum equality”

数学付録

“zero-sum equality”

- Ohlson (2002, RAST; 2005, RAST), Ohlson and Gao (2006)
  - 数列 $\{y_t\}_{t=0}^{\infty}$ に対して，$T \to \infty$ のとき $\frac{y_T}{(1+r)^T} \to 0$ を仮定すると，次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
& y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{y_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}}{(1+r)^i} \\
=& y_t + \frac{y_{t+1} - (1+r)y_t}{1+r} + \frac{y_{t+2} - (1+r)y_{t+1}}{(1+r)^2} + \cdots \\
=& 0
\end{aligned}
$$

数学付録

“zero-sum equality”

- y_t が確率変数であるとき（$\{y_t\}_{t=0}^{\infty}$ が確率過程であるとき），かつ時間 t が進むにつれ情報が増大していくとき，繰り返し期待値の法則を用いることができるので次式が成立する。なお，$T \to \infty$ のとき $E_t\left[\frac{y_T}{(1+r)^T}\right] \to 0$ を仮定する。

$$
\begin{aligned}
&y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t[y_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \\
=&y_t + \frac{E_t[y_{t+1} - (1+r)y_t]}{1+r} + \frac{E_t[y_{t+2} - (1+r)y_{t+1}]}{(1+r)^2} + \cdots \\
=&0
\end{aligned}
$$

∗ この式は“zero-sum equality”と呼ばれている。

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- 上記の2つの前提から次式が成立する。

$$V_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[y_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}]}{(1+r)^i}$$

$$= y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[y_{t+i} + D_{t+i} - (1+r)y_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \qquad \text{(Lai (1))}$$

  - Ohlson (2005) はこの V_t について，アンカーとなる y_t と追加価値(extra value)の2つから構成されていると指摘している。
  - 既に説明したように，$y_t = Y_t$ としたとき残余利益モデル，$y_t = \mathrm{E}_t[X_{t+1}]/r$ としたときAEGモデルになる。
  - アンカーとなる y_t が $(\Delta y_t + D_t)/y_{t-1} = r$ の率で成長するとき，追加価値はゼロとなる。これを正常な成長率と解釈する。

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- Ohlson and Johannesson (2016) は，確率変数yを少し特定して$y_{t+i} = ma_{t+i}$としている。ここで，a_{t+i}は確率変数であり$t+i$期の会計情報を表すものと解釈する。また，mは乗数（マルチプル）と解釈する。
  - $m = 1,\ a_t = Y_t$としたとき，残余利益モデルになる。
  - $m = 1/r,\ a_t = X_{t+1}$としたとき，AEG モデルになる。

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- このとき，$y_{t+i} = ma_{t+i}$ を zero-sum equality に代入すると次式が成立する。

$$ma_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[ma_{t+i} - (1+r)ma_{t+i-1}\right]}{(1+r)^i}$$

$$= m\left(a_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i}\right) = 0$$

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- 割引配当モデルの右辺$\left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i}\right)$を両辺に加えると次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = m\left(a_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i}\right)$$

- 左辺をV_tとした次式が株主価値評価の一般モデルである。

$$V_t = m\left(a_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i}\right) \qquad \text{(Lai, (2))}$$

- ファンダメンタルな評価倍率は次のようになる。

$$\frac{V_t}{a_t} = m\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i \times a_t}\right) \qquad \text{(Lai, (3))}$$

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- Lai (2020; CAR) の命題1
  - Lai, (2) 式と Lai, (3) 式
- m の解釈
  - Ohlson and Juettner-Nauroth (2005) と Ohlson (2005) にしたがって，正常な価格-会計指標倍率(normal price-to-a ratio) と呼ぶ。
  - スライド8の追加価値(extra value) がなければ，言い換えればアンカーとなる y_t が正常な成長率であれば，ファンダメンタルな評価倍率は m となる。
  - ファンダメンタルな評価倍率の参照点となる。
- 経済的に意味のある解釈が可能なように以下を仮定する。
  - $a_t > 0$, $m > 0$

Lai (2020)

2. 一般的な株主価値評価のフレームワーク

- ファンダメンタルな評価倍率は次のようになる。

$$\frac{V_t}{a_t} = m\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i \times a_t}\right) \qquad \text{(Lai, (3))}$$

  - $m = 1,\ a_t = Y_t$ としたときPBRとなる。正常なPBRは1である。
  - $m = 1/r,\ a_t = X_{t+1}$ としたときPERとなる。正常なPERは$1/r$である。
  - a_tの異常な成長はファンダメンタルな評価倍率からの乖離を意味する。ファンダメンタルな評価倍率がmを超えるときには，市場はa_tの異常な正の成長率を期待していることを意味する。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- 利益成長の異常成長モデル (Abnormal Growth of Earnings Growth Model; AGEG モデル)
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\,[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\,[\Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1}]}{(1+r)^i} \qquad (2)$$

    - ∗ 利益成長の異常成長を $AGEG_{t+i} \equiv \Delta X_{t+i} + r\Delta D_{t+i-1} - (1+r)\Delta X_{t+i-1}]$ とすると，株主価値は次期から 2 期先への配当を調整した利益変化 $\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}$ と，将来の $AGEG_{t+i}$ によって決まる。
    - ∗ (2) 式の右辺にしたがって株主価値評価を行なうモデルを利益成長の異常成長モデルと呼ぶ。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- 異常簿価成長（簿価の異常成長）

  $ABG_{t+i} \equiv Y_{t+i} + D_{t+i} - (1+r)Y_{t+i-1}$

- 異常利益成長（利益の異常成長）

  $AEG_{t+i} \equiv X_{t+i} - [(1+r)X_{t+i-1} - rD_{t+i-1}] = X_{t+i} + rD_{t+i-1} - (1+r)X_{t+i-1}$

  – 注意：異常簿価成長の各変数にΔをとると異常利益成長になる。

$$
\begin{aligned}
&\Delta Y_{t+i} + \Delta D_{t+i} - (1+r)\Delta Y_{t+i-1} \\
=&X_{t+i} - D_{t+i} + \Delta D_{t+i} - (1+r)(X_{t+i-1} - D_{t+i-1}) \\
=&X_{t+i} + rD_{t+i-1} - (1+r)X_{t+i-1} \\
=&AEG_{t+i}
\end{aligned}
$$

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- 異常利益成長モデル（利益の異常成長モデル）(Abnormal Earnings Growth Model; AEG モデル)
  - 異常利益成長（利益の異常成長）

    $$AEG_{t+i} \equiv X_{t+i} - [(1+r)X_{t+i-1} - rD_{t+i-1}] = X_{t+i} + rD_{t+i-1} - (1+r)X_{t+i-1}$$
- 利益成長の異常成長モデル (Abnormal Growth of Earnings Growth Model; AGEG モデル)
  - 利益成長の異常成長

    $$AGEG_{t+i} \equiv \Delta X_{t+i} + r\Delta D_{t+i-1} - (1+r)\Delta X_{t+i-1}$$

    ∗ 注意 : 異常利益成長（利益の異常成長）の各変数に Δ をとると利益成長の異常成長になる。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- (1) 式の“zero-sum equality” において，$y_t = \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2}+rD_{t+1}]}{r^2}$ とすると，$T \to \infty$ のとき $\mathrm{E}_t\left[\frac{(\Delta X_{T+2}+rD_{T+1})/r^2}{(1+r)^T}\right] \to 0$ を仮定すれば，次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+i+2}+rD_{t+i+1}]}{r^2} - (1+r)\frac{E_t[\Delta X_{t+1+i}+rD_{t+i}]}{r^2}\right]}{(1+r)^i} \\
=&\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X_{t+i+2} + rD_{t+i+1}\right] - (1+r)(\Delta X_{t+i+1} + rD_{t+i})]}{(1+r)^i} \\
=&\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X_{t+i+2} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1} - r^2 D_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \\
=&0
\end{aligned}
$$

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- 最後の $r^2 D_{t+i}$ の項は $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i}$ となっているので，これを左辺に移行とすると，次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[D_{t+i}\right]}{(1+r)^i} = \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X_{t+i+1} + r\Delta D_{t+i+1} - (1+r)\Delta X_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i}$$

- (Lai, (2)) 式に代入しても求めることができる。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- ここまではCSRを仮定していなかったが，ここからCSRを仮定する。
- まず，CSR：$\Delta Y_t = X_t - D_t$ を仮定すると，次式が成立する。

$$\Delta Y_{t+1} - \Delta Y_t = X_{t+1} - D_{t+1} - (X_t - D_t) = \Delta X_{t+1} - \Delta D_{t+1}$$

- 残余利益成長 ΔX^a_{t+i+1} は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}\Delta X^a_{t+i+1} &\equiv X^a_{t+i+1} - X^a_{t+i} \\ &= X_{t+i+1} - rY_{t+i} - (X_{t+i} - rY_{t+i-1}) \\ &= \Delta X_{t+i+1} - r\Delta Y_{t+i}\end{aligned}$$

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- ここまではCSRを仮定していなかったが，ここからCSRを仮定する。
- CSRを仮定すると，$AGEG_{t+i+1}$ は残余利益成長の成長 $\Delta X^a_{t+i+1} - \Delta X^a_{t+i}$ に一致する。

$$
\begin{aligned}
AGEG_{t+i+1} \equiv & \Delta X_{t+i+1} + r\Delta D_{t+i} - (1+r)\Delta X_{t+i} \\
= & \Delta X_{t+i+1} - [(1+r)\Delta X_{t+i} - r(\Delta Y_{t+i-1} + \Delta X_{t+i} - \Delta Y_{t+i})] \\
= & \Delta X_{t+i+1} - [\Delta X_{t+i} - r(\Delta Y_{t+i-1} - \Delta Y_{t+i})] \\
= & \Delta X_{t+i+1} - r\Delta Y_{t+i} - (\Delta X_{t+i} - r\Delta Y_{t+i-1}) \\
= & \Delta X^a_{t+i+1} - \Delta X^a_{t+i}
\end{aligned}
$$

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- したがって，CSR を仮定すると，利益成長の異常成長モデルは次のように表すことができる。

$$V_t = \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i} \quad (3)$$

  - この CSR を仮定した利益成長の異常成長モデルを，残余利益成長の成長モデル (Residual Income Growth Growth Model; RIGGM) と呼ぶことにする。

    ∗ 注：一般には呼ばれていない。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- また，$\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2}+rD_{t+1}]}{r^2}$ について，一般に次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}]}{r^2} &= \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} + r(X_{t+1} - \Delta Y_{t+1})]}{r^2} \\
&= \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2} - r\Delta Y_{t+1}]}{r^2} \\
&= Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} \qquad (4)
\end{aligned}
$$

- 最後の等号は，損益計算書ベースの評価モデルで示した $\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+1}]}{r}$ の関係を代入している。
- $\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+1}]}{r}$ は，次期以降の残余利益が一定と予想しているときの残余利益モデルによる株主価値評価値に一致する。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- したがって，利益成長の異常成長モデルは次のように表すことができる。

$$V_t = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i} \tag{5}$$

  – $Y_t + \frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+1}]}{r}$ は，次期以降の残余利益が一定と予想しているときの残余利益モデルによる株主価値評価値に一致する。株主価値を2つのパートに分けて求めた評価値を合計している点で，将来残余利益が一定成長を仮定した残余利益モデルよりもリッチな特徴を持つことになる。

Lai (2020)

3. 利益成長の異常成長モデル

- 株主価値評価モデルのアンカーの比較
  - 割引配当モデル(DDM)：0
  - 残余利益モデル(RIM)：Y_t
  - 残余利益成長モデル：$Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+1}^a\right]}{r}$
  - 残余利益成長の成長モデル(RIGG モデル)： $Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+1}^a\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X_{t+2}^a\right]}{r^2}$

問題

- 3%成長の数値例（Excel の“valuation2”のシート）において，利益成長の異常成長モデルによる株主価値の計算を Excel ファイルに追加してください。
- 行の挿入，不要な箇所の削除などは自由にしてもらって構いません。

問題

利益成長の異常成長(AGEG)モデル

- 利益成長の異常成長モデルは次のように表すことができる。

$$V_t = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} + \frac{1}{r^2}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i} \tag{6}$$

- 有限期間の価値＋TVの価値に分けて表す。
  1. 割引率$(1 + r)^i$を基準にして有限期間を設定した場合
  2. 変数$\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}$を基準にして有限期間を設定した場合

問題

利益成長の異常成長(AGEG)モデル

1. 割引率 $(1+r)^i$ を基準にして有限期間を設定した場合

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} \\
&+ \frac{1}{r^2}\left(\sum_{i=1}^{5} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i}\right) \\
&+ \frac{1}{r^2}\left(\sum_{i=6}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i}\right)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

問題

利益成長の異常成長(AGEG)モデル

1. 割引率 $(1+r)^i$ を基準にして有限期間を設定した場合

$$
\begin{aligned}
V_t = & Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} \\
& + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+3} - \Delta X^a_{t+2}\right]}{1+r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+4} - \Delta X^a_{t+3}\right]}{(1+r)^2} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+5} - \Delta X^a_{t+4}\right]}{(1+r)^3} \right. \\
& \qquad \left. + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+6} - \Delta X^a_{t+5}\right]}{(1+r)^4} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+7} - \Delta X^a_{t+6}\right]}{(1+r)^5} \right) \\
& + \frac{1}{r^2} \frac{\dfrac{(1+g)\left(\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+7} - \Delta X^a_{t+6}\right]\right)}{(1+r)^6}}{r-g} \qquad (8)
\end{aligned}
$$

問題

利益成長の異常成長(AGEG)モデル

2. 変数 $\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}$ を基準にして有限期間を設定した場合

$$
\begin{aligned}
V_t = & Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} \\
& + \frac{1}{r^2}\left(\sum_{i=1}^{3} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i}\right) \\
& + \frac{1}{r^2}\left(\sum_{i=4}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}\right]}{(1+r)^i}\right)
\end{aligned}
\tag{9}
$$

問題

利益成長の異常成長(AGEG)モデル

2. 変数 $\Delta X^a_{t+i+2} - \Delta X^a_{t+i+1}$ を基準にして有限期間を設定した場合

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+2}\right]}{r^2} \\
&+ \frac{1}{r^2}\left(\frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+3} - \Delta X^a_{t+2}\right]}{1+r} + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+4} - \Delta X^a_{t+3}\right]}{(1+r)^2} \right. \\
&\qquad \left. + \frac{\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+5} - \Delta X^a_{t+4}\right]}{(1+r)^3} \right) \\
&+ \frac{1}{r^2} \frac{\frac{(1+g)\left(\mathrm{E}_t\left[\Delta X^a_{t+5} - \Delta X^a_{t+4}\right]\right)}{(1+r)^3}}{r-g} \qquad (10)
\end{aligned}
$$

ここまでのまとめ

- 企業価値評価モデル（会計情報に基づく企業価値評価(1)-(3)）

	組替 C/S ベース	組替 B/S ベース		組替 P/L ベース	
		CSR なし	+CSR	CSR なし	+CSR
株主資本型	DDM	ABG	残余利益=RIM	AEG PEG OJ	残余利益成長 OJ ＋ CSR
純事業資産型 （総資産型）	DCF 法		残余事業利益		残余事業利益成長

ここまでのまとめ

- 企業価値評価モデル（追加）

	組替 C/S ベース	差額組替 P/L ベース	
		CSR なし	+CSR
株主資本型	DDM	AGEG	RIGG
純事業資産型（総資産型）	DCF 法		

Lai (CAR, 2020)

4. PEG レシオへの応用

- $y_t = \frac{\mathrm{E}_t[\Delta X_{t+2}+rD_{t+1}]}{r^2}$
  - 確率変数 y を少し特定して $y_{t+i} = ma_{t+i}$ とし，a_{t+i} は確率変数であり $t+i$ 期の会計情報，また m は乗数と解釈する。
  - Foward PEG: $m = \frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{rD_{t+1}}{\Delta X_{t+2}}\right)$, $a_t = \Delta X_{t+2}$
    - ∗ この場合，m は時点に依存するので，m ではなく m_{t+i} などとした方がよいかもしれない（要検討）。
  - Foward MPEG (Modified PEG): $m = \frac{1}{r^2}$, $a_t = \Delta X_{t+2} + rD_{t+1}$

Lai (CAR, 2020)

4. PEGレシオへの応用

- ファンダメンタルな評価倍率は次のようであった。

$$\frac{V_t}{a_t} = m\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i \times a_t}\right) \qquad \text{(Lai, (3))}$$

  - $m = 1,\ a_t = Y_t$ としたときPBRとなる。正常なPBRは1である。
  - $m = 1/r,\ a_t = X_{t+1}$ としたときPERとなる。正常なPERは $1/r$ である。
  - $m = \frac{1}{r^2},\ a_t = \Delta X_{t+2} + rD_{t+1}$ としたとき，PERを利益成長率$\left(\frac{\Delta X_{t+2}+rD_{t+1}}{X_{t+1}}\right)$で除したForward MPEG (Modified PEG)となる。正常なPEGレシオは $1/r^2$ である。

$$MPEG_t \equiv \frac{P_t}{X_{t+1}} \frac{X_{t+1}}{\Delta X_{t+2} + rD_{t+1}} \qquad (11)$$

Lai (CAR, 2020)

4. PEG レシオへの応用

- ファンダメンタルな評価倍率は次のようであった。

$$\frac{V_t}{a_t} = m\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[a_{t+i} + D_{t+i}/m - (1+r)a_{t+i-1}]}{(1+r)^i \times a_t}\right) \qquad \text{(Lai, (3))}$$

  - $m = \frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{rD_{t+1}}{\Delta X_{t+2}}\right)$, $a_t = \Delta X_{t+2}$ としたとき，PER を利益成長率 $\left(\frac{\Delta X_{t+2}}{X_{t+1}}\right)$ で除した PEG となる。正常な PEG レシオは $\frac{1}{r^2}\left(1 + \frac{rD_{t+1}}{\Delta X_{t+2}}\right)$ である。

$$PEG_t \equiv \frac{P_t}{X_{t+1}} \frac{X_{t+1}}{\Delta X_{t+2}} \qquad (12)$$

TOPIC #2
OHJOモデル

- Ohlson, J, A., and E. Johannesson, 2016. "Equity Value as a Function of (eps1, eps2, dps1, bvps, beta): Concepts and Realities," *ABACUS* 50(1), pp. 70–99.
- Gao, Z., J. N. Myers, L. A. Myers, and W.-T. Wu, 2019. "Can a Hybrid Method Improve Equity Valuation? An Empirical Evaluation of the Ohlson and Johannesson (2016) Model," *The Accounting Review* 94(6), pp. 227–252.

お知らせ

2021年7月13日現在，スライドを改訂中。下記のノート参照。

- 椎葉淳，2020.「株主価値評価モデルの展開：Gao, Myers, Myers and Wu (2019) に基づいて」，大阪大学大学院経済学研究科・授業「理論会計分析」における配布ノート.

  http://www2.econ.osaka-u.ac.jp/~shiiba/research_2/pv.html

お知らせ

（2019年4月25日現在，この項目を説明後の暫定のまとめ）

- 企業価値評価モデル

	組替C/Sベース	組替B/Sベース		組替P/Lベース	
		CSRなし	+CSR	CSRなし	+CSR
株主資本型	DDM	ABG	残余利益(=RIM) GRIM	AEG PEG OJ OHJO	残余利益成長 OJ＋CSR
純事業資産型 （総資産型）	DCF法		残余事業利益		残余事業利益成長

［枚数調整］

TOPIC #3
Ohlson モデル

- Ohlson, J, A., 1995. "Earnings, Book Values, and Dividends in Equity Valuation," *Contemporary Accounting Research* 11(2), pp. 661–687.
- Ohlson, J, A., 2001. "Earnings, Book Values, and Dividends in Equity Valuation: An Empirical Perspective," *Contemporary Accounting Research* 18(1), pp. 107–120.

1. Ohlsonモデル

1.1 残余利益モデル（復習）

- 残余利益モデル (Residual Income Model; RIM)
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i} \tag{1}$$

    * $X^a_{t+i} \equiv X_{t+i} - rY_{t+i-1}$ は時点 $t+i$ の残余利益 (Residual Income) と定義する。
    * (1) 式の右辺 $\left(Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}]}{(1+r)^i}\right)$ にしたがって株主価値評価を行なうモデルを残余利益モデルと呼ぶ。

1. Ohlsonモデル

1.1 残余利益モデル（復習）

- 残余利益モデルは，次期以降の将来残余利益が毎期一定成長のときには，次のように表すことができる。

$$V_t = Y_t + \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right]}{r - g} \tag{2}$$

  – 将来残余利益の一定成長という仮定と同じ意味で，残余利益が次式のような時系列にしたがうと仮定することも多い。

$$X^a_{t+i+1} = \omega X^a_{t+i} + \varepsilon_{t+i+1} \tag{3}$$

  * ω は $0 < \omega < 1 + r$ を満たす定数であり，ε_{t+i+1} は期待値ゼロの確率変数である。
  * このとき $\mathrm{E}_t[X^a_{t+i}] = \omega^i X^a_t$ が成り立つ。なお，ω は $1 + g$ に対応する。
  * Ohlsonモデル(Ohlson, 1995, CAR)の簡略版である。ただし，Ohlson (1995) では $0 \leq \omega \leq 1$ と仮定している。

1. Ohlsonモデル

1.2 線形情報動学

- 残余利益X^a_{t+i}とその他の情報(other information)ν_{t+i}に関して，次の時系列を仮定する。

$$
\begin{aligned}
X^a_{t+i+1} &= \omega X^a_{t+i} + \nu_{t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} && (4) \\
\nu_{t+i+1} &= \gamma \nu_{t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} && (5)
\end{aligned}
$$

  - $\mathrm{E}_t[\varepsilon_{1,t+i+1}] = 0, \mathrm{E}_t[\varepsilon_{2,t+i+1}] = 0,\ i \geq 0$
  - ω, γは$0 \leq \omega < 1,\ 0 \leq \gamma < 1$を満たす定数であり既知とする。
  - その他の情報ν_tがなければ(3)式に一致する。つまり，将来残余利益が一定成長の残余利益モデルになる。
  - この二式はしばしば線形情報動学(Linear Information Dynamics; LID)と呼ばれる。

1. Ohlsonモデル

1.3 Ohlsonモデルとは

- CSRを仮定し残余利益モデルが成立するとする。また(4)式と(5)式の線形情報動学を仮定する。このとき次式が成り立つ。

$$V_t = Y_t + \frac{\omega}{1 + r - \omega} X_t^a + \frac{1 + r}{(1 + r - \gamma)(1 + r - \omega)} \nu_t \qquad (6)$$

  - Y_t, X_t^a, ν_tというt期の情報のみで表されている。
  - (6)式はOhlson (1995, CAR)において示された式であり，この右辺にしたがって株主価値評価を行なうモデルをOhlsonモデルと呼ぶ。
  - Ohlsonモデルは当初，(2)式の将来残余利益が一定成長する残余利益モデルと混同されていた。
    * 残余利益概念は古くから存在しているが，Ohlson (1995, CAR)の論文によって，残余利益モデル自体も脚光を浴びたため。

1. Ohlsonモデル

1.4 Ohlsonモデルの別表現

- Ohlsonモデルは次のように表すこともできる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} X_t^a + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \nu_t \\
=& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} (X_t - r(-X_t + D_t + Y_t)) + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \nu_t \\
=& Y_t + \frac{r\omega}{1+r-\omega} \left(\frac{1+r}{r} X_t - D_t - Y_t \right) + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \nu_t \\
=& (1-k) Y_t + k \left(\frac{1+r}{r} X_t - D_t \right) + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \nu_t \qquad (7) \\
& \text{where } k \equiv \frac{r\omega}{1+r-\omega}
\end{aligned}
$$

  - この(7)式をOhlsonモデルと呼ぶこともある。例：石川(2007)など

2. Ohlsonモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- $t+i$期のその他の情報ν_{t+i}の期待値：$\mathrm{E}_t[\nu_{t+i}] = \gamma^i \nu_t$
- $t+i$期の残余利益X^a_{t+i}の期待値

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right] &= \mathrm{E}_t\left[\omega X^a_{t+i-1} + \nu_{t+i-1} + \varepsilon_{1,t+i}\right] \\
&= \omega \mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i-1}\right] + \mathrm{E}_t[\nu_{t+i-1}] \\
&= \omega \mathrm{E}_t\left[\omega X^a_{t+i-2} + \nu_{t+i-2} + \varepsilon_{1,t+i-1}\right] + \gamma^{i-1}\nu_t \\
&= \omega^2 \mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i-2}\right] + \omega \mathrm{E}_t[\nu_{t+i-2}] + \gamma^{i-1}\nu_t \\
&= \omega^2 \mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i-2}\right] + \omega\gamma^{i-2}\nu_t + \gamma^{i-1}\nu_t \\
&= \omega^i X^a_t + \sum_{j=1}^{i} \omega^{j-1}\gamma^{i-j}\nu_t
\end{aligned}
$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.1 導出方法(1)

– $\sum_{j=1}^{i} \omega^{j-1}\gamma^{i-j}\nu_t$ の部分を計算すると，次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{i} \omega^{j-1}\gamma^{i-j}\nu_t &= \left(\sum_{j=1}^{i} \omega^{j-1}\gamma^{i-j}\right)\nu_t \\
&= \frac{\gamma^{i-1}(1-(\omega\gamma^{-1})^i)}{1-\omega\gamma^{-1}}\nu_t \quad \text{（等比数列の和の公式）} \\
&= \frac{\gamma^{i}(1-\omega^{i}\gamma^{-i})}{\gamma-\omega}\nu_t \\
&= \frac{\gamma^{i}-\omega^{i}}{\gamma-\omega}\nu_t
\end{aligned}
$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- したがって，$t+i$期の残余利益X^a_{t+i}の期待値は次のようになる。

$$\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right] = \omega^i X^a_t + \frac{\gamma^i - \omega^i}{\gamma - \omega}\nu_t$$

- このとき，残余利益モデルは次のようになる。

$$\begin{aligned}
V_t &= Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \\
&= Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega^i X^a_t}{(1+r)^i} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \cdot \frac{\gamma^i - \omega^i}{\gamma - \omega}\nu_t \\
&= Y_t + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega^i}{(1+r)^i}\right) X^a_t + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\gamma^i - \omega^i}{(1+r)^i}\right) \frac{\nu_t}{\gamma - \omega}
\end{aligned}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- さらに整理する。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega^i}{(1+r)^i}\right) X_t^a + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\gamma^i - \omega^i}{(1+r)^i}\right) \frac{\nu_t}{\gamma - \omega} \\
=& Y_t + \left(\frac{\frac{\omega}{1+r}}{1 - \frac{\omega}{1+r}}\right) X_t^a + \left(\frac{\frac{\gamma}{1+r}}{1 - \frac{\gamma}{1+r}} - \frac{\frac{\omega}{1+r}}{1 - \frac{\omega}{1+r}}\right) \frac{\nu_t}{\gamma - \omega} \\
=& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} X_t^a + \frac{\gamma(1+r-\omega) - \omega(1+r-\gamma)}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \cdot \frac{\nu_t}{\gamma - \omega} \\
=& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} X_t^a + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \nu_t
\end{aligned}
$$

［証明終］

  – これはOhlson (1995, p.669) の (5) 式に等しい（Ohlson (1995) はここでの $1+r$ を R_f と表している）。

2. Ohlsonモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- 例えばClubb (2013, RAST) はこの方法で証明している。
- 線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} X^a_{t+i+1} \\ \nu_{t+i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^a_{t+i} \\ \nu_{t+i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix} \tag{8}$$

- $\boldsymbol{z_{t+i}} = \begin{pmatrix} X^a_{t+i} \\ \nu_{t+i} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix}$ とする。このとき，線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{z_{t+i+1}} = \boldsymbol{A z_{t+i}} + \boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} \tag{9}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- 将来の$\boldsymbol{z_{t+i}}$の期待値について，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}] = \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} \tag{10}$$

- また，$i \to \infty$のとき$\frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} \to 0$を仮定すると，次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} &= \frac{1}{1+r}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^2}\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^3}\boldsymbol{A}^3\boldsymbol{z_t} + \cdots \\ &= [(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \qquad (11)\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} = \boldsymbol{e1'}\,[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \tag{12}$$

$$\text{where } \boldsymbol{e1'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。

$$
\begin{aligned}
\text{In[1]} = &\quad W = \{\{\omega, 1\}, \{0, \gamma\}\} \\
\text{Out[1]} = &\quad \{\{\omega, 1\}, \{0, \gamma\}\} \\
\text{In[2]} = &\quad \text{II} = \text{IdentityMatrix[2]} \\
\text{Out[2]} = &\quad \{\{1, 0\}, \{0, 1\}\} \\
\text{In[3]} = &\quad \text{INV} = \text{Simplify[Inverse[}(1+r)\text{II} - W\text{]]} \\
\text{Out[3]} = &\quad \left\{\left\{\frac{1}{1+r-\omega}, \frac{1}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\right\}, \left\{0, \frac{1}{1+r-\gamma}\right\}\right\} \\
\text{In[4]} = &\quad \text{Simplify[INV.}W\text{]} \\
\text{Out[4]} = &\quad \left\{\left\{\frac{\omega}{1+r-\omega}, \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\right\}, \left\{0, \frac{\gamma}{1+r-\gamma}\right\}\right\}
\end{aligned}
$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- このとき，残余利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+i}^a\right]}{(1+r)^i} \\
=& Y_t + \boldsymbol{e1'}\left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1} \boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \\
=& Y_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\omega}{1+r-\omega} & \frac{1+r}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)} \\ 0 & \frac{\gamma}{1+r-\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix} \\
=& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} X_t^a + \frac{1+r}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)} \nu_t
\end{aligned}
$$

［証明終］

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR)の方法

- 線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} X^a_{t+i+1} \\ \nu_{t+i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^a_{t+i} \\ \nu_{t+i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix} \tag{13}$$

  - $\boldsymbol{z_{t+i}} = \begin{pmatrix} X^a_{t+i} \\ \nu_{t+i} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix}$とする。このとき，線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{z_{t+i+1}} = \boldsymbol{A z_{t+i}} + \boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} \tag{14}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR) の方法

- 将来の $\boldsymbol{z_{t+i}}$ の期待値について，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}] = \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} \tag{15}$$

$$\Longrightarrow \mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} X^a_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \tag{16}$$

- Ohlson (1995) にしたがって，次のように $\boldsymbol{P}$ を定義する。

$$\boldsymbol{P} \equiv \frac{1}{1+r}\boldsymbol{A} = \frac{1}{1+r}\begin{pmatrix} \omega & 1 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix} \tag{17}$$

  – このとき次式が成り立つ。

$$\frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} = \frac{1}{(1+r)^i}\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{P}^i \boldsymbol{z_t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{P}^i \begin{pmatrix} X^a_t \\ \nu_t \end{pmatrix} \tag{18}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR)の方法

- このとき，残余利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+i}^a\right]}{(1+r)^i} \\
=& Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{P}^i \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix} \right) \\
=& Y_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \left[\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}^2 + \boldsymbol{P}^3 + \cdots \right] \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix} \\
=& Y_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{P} \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P} \right]^{-1} \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR)の方法

- $[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1}$は次のように計算できる。

$$
\begin{aligned}
[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1} &= \left[\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} - \frac{1}{1+r}\begin{pmatrix}\omega & 1\\ 0 & \gamma\end{pmatrix}\right]^{-1}\\
&= \left[\begin{pmatrix}1-\frac{\omega}{1+r} & -\frac{1}{1+r}\\ 0 & 1-\frac{\gamma}{1+r}\end{pmatrix}\right]^{-1}\\
&= \frac{1}{\left(1-\frac{\omega}{1+r}\right)\left(1-\frac{\gamma}{1+r}\right)}\begin{pmatrix}1-\frac{\gamma}{1+r} & \frac{1}{1+r}\\ 0 & 1-\frac{\omega}{1+r}\end{pmatrix}\\
&= \frac{1}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)}\begin{pmatrix}1+r-\gamma & 1\\ 0 & 1+r-\omega\end{pmatrix} \qquad (19)
\end{aligned}
$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR)の方法

- したがって，$\boldsymbol{P}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1} &= \frac{1}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)}\begin{pmatrix}\omega & 1\\ 0 & \gamma\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+r-\gamma & 1\\ 0 & 1+r-\omega\end{pmatrix}\\
&= \frac{1}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)}\begin{pmatrix}\omega(1+r-\gamma) & 1+r\\ 0 & \gamma(1+r-\omega)\end{pmatrix}\\
&= \begin{pmatrix}\frac{\omega}{1+r-\omega} & \frac{1+r}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)}\\ 0 & \frac{\gamma}{1+r-\gamma}\end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{20}$$

2. Ohlsonモデルの導出

2.3 導出方法(3)：Ohlson (1995, CAR)の方法

- $\boldsymbol{P}\,[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1}$ を代入すれば，残余利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{P}\,[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}]^{-1} \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix} \\
=& Y_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\omega}{1+r-\omega} & \frac{1+r}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)} \\ 0 & \frac{\gamma}{1+r-\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t^a \\ \nu_t \end{pmatrix} \\
=& Y_t + \frac{\omega}{1+r-\omega} X_t^a + \frac{1+r}{(1+r-\omega)(1+r-\gamma)} \nu_t
\end{aligned}
\tag{21}
$$

  - 椎葉コメント：導出方法(2)の方が簡潔で分かりやすいと思われる。

3. Ohlson (2001) モデル

- Ohlson (2001, CAR)
  - その他の情報 ν_t の別表現を用いたモデルを示した。
  - Ohlson (2001) モデルは，日本でも次の文献などにより有名。
    * 石川 (2007)（モデルは第3章，実証は第4章，第5章，補論，第11章参照。），矢内 (2003, 2004, 2008a)，新谷 (2009)，石川(2019) など。

3. Ohlson (2001) モデル

- 導出
  - 線形情報動学

$$X^a_{t+i+1} = \omega X^a_{t+i} + \nu_{t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \quad (22)$$

  - $i = 0$ として (22) 式の期待値をとる。

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right] &= \omega X^a_t + \nu_t \\
\Longleftrightarrow \nu_t &= \mathrm{E}_t\left[X^a_{t+1}\right] - \omega X^a_t \\
&= \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - rY_t - \omega(X_t - r(-X_t + D_t + Y_t)) \\
&= \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - r(1-\omega)Y_t - \omega((1+r)X_t - rD_t) \\
&= \mathrm{E}_t[X_{t+1}] - r(1-\omega)Y_t - r\omega\left(\frac{1+r}{r}X_t - D_t\right) \quad (23)
\end{aligned}$$

∗ $\mathrm{E}_t[X_{t+1}]$ はアナリスト予想，経営者予想を用いる。この (23) 式を利用すれば，その他の情報 ν_t があるモデルを前提にしつつ，その他の情報を用いずに実証分析を行なうことができる。

3. Ohlson (2001) モデル

- 導出
  - (23) 式を (7) 式の Ohlson モデルに代入する。

$$
\begin{aligned}
V_t =& \left(1 - \frac{r\omega}{1+r-\omega}\right) Y_t + \frac{r\omega}{1+r-\omega}\left(\frac{1+r}{r}X - D_t\right) + \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\nu_t \\
=& \frac{(1+r)(1-\omega)}{1+r-\omega} Y_t + \frac{r\omega}{1+r-\omega}\left(\frac{1+r}{r}X - D_t\right) \\
&+ \frac{1+r}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\left(\mathrm{E}_t[X_{t+1}] - r(1-\omega)Y_t - r\omega\left(\frac{1+r}{r}X_t - D_t\right)\right) \\
=& \frac{(1+r)(1-\omega)(1-\gamma)}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} Y_t + \frac{-r\omega\gamma}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\left(\frac{1+r}{r}X_t - D_t\right) \\
&+ \frac{r(1+r)}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} \qquad (24)
\end{aligned}
$$

3. Ohlson (2001) モデル

- Ohlson (2001) モデル

$$V_t = \beta_1 Y_t + \beta_2 \left(\frac{1+r}{r} X_t - D_t \right) + \beta_3 \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r} \tag{25}$$

$$\beta_1 \equiv \frac{(1+r)(1-\omega)(1-\gamma)}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)},\ \beta_2 \equiv \frac{-r\omega\gamma}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)},\ \beta_3 \equiv \frac{r(1+r)}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}$$

  - $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$ が成立する (Ohlson, 2001, p.117)。
  - mathematica メモ

$$\text{In} := \ \text{Simplify}[(1+r)(1-\omega)(1-\gamma) - r\omega\gamma + r(1+r)]$$

$$\text{Out} := \ (1+r-\gamma)(1+r-\omega)$$

3. Ohlson (2001) モデル

- Ohlson (2001) モデル

$$V_t = \beta_1 Y_t + \beta_2 \left(\frac{1+r}{r} X_t - D_t \right) + \beta_3 \frac{\mathrm{E}_t[X_{t+1}]}{r}$$

  - 石川 (2007, p. 67) の説明
    * この式は，簿価 (Y_t)，配当控除後の資本化利益 ($(1+r)X_t/r - D_t$)，および資本化された次期の予想利益 ($\mathrm{E}_t[X_{t+1}]/r$) の加重平均 ($\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$) として株主価値が表現されている，などと言われる。
    * 直接的に観察不可能であった当期の「その他の情報」の代わりに，次期の予想利益がモデルに組み込まれている。
    * 通常，次期の予想利益は，企業経営者やアナリストによって提供されており，客観的に観察可能な具体的数値としての側面を有する。したがって，この式は実証分析を行なう上で操作しやすい評価モデルであると言える。

3. Ohlson (2001) モデル

- Ohlson (2001) モデルは次のように表すこともある。

$$V_t = \theta_1 Y_1 + \theta_2 X_t + \theta_3 D_t + \theta_4 \mathrm{E}_t[X_{t+1}] \tag{26}$$

$$\theta_1 \equiv \beta_1,\ \theta_2 \equiv \beta_2 \frac{1+r}{r},\ \theta_3 \equiv \beta_2,\ \theta_4 \equiv \frac{\beta_3}{r}$$

  – 実証分析の際には，さらに (26) 式の両辺を Y_t で割るなどすることが一般的である。太田・斉藤・吉野 (2015) など参照。

［枚数調整］

［枚数調整］

TOPIC #4
FOモデル

- Feltham, J. A., and J, A., Ohlson, 1995. "Valuation and Clean Surplus Accounting for Operating and Financial Activities," *Contemporary Accounting Research* 11(2), pp. 689–731.
- Liu, J., and J. A. Ohlson 2000. "The Feltham-Ohlson (1995) Model: Empirical Implications," *Journal of Accounting, Auditing & Finance* 15(3), pp. 321–331.

1. FOモデル

1.1 組替F/Sとその連携式（復習）

- 組替F/S
  - 組替C/S：$FCF_t = F_t + D_t = FCFL_t - \frac{t}{1-t}NFE_t + FCFE_t$
  - 組替B/S：$NOA_t = NFO_t + Y_t$
  - 組替P/L：$OX_t - NFE_t = X_t$
- 組替F/Sの連携式
  - CSR：$Y_t + X_{t+1} - D_{t+1} = Y_{t+1}$
  - OAR：$NOA_t + OX_{t+1} - FCF_{t+1} = NOA_{t+1}$
  - FAR：$NFO_t + NFE_{t+1} - F_{t+1} = NFO_{t+1}$

1. FOモデル

1.2 残余事業利益モデル

- 残余事業利益モデル
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[FCF_{t+i}]}{(1+r_{WACC})^i} = NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1+r_{WACC})^i} \tag{1}$$

    * $OX^a_{t+i} \equiv OX_{t+i} - r_{WACC} NOA_{t+i-1}$ は時点 $t+i$ の残余事業利益(Residual Operating Income)と定義する。
    * (1)式の右辺にしたがって事業価値 $VNOA_t$ を算定し，純金融負債 NFO_t を控除することで株主価値評価を行なうモデルを残余事業利益モデルと呼ぶ。
    * 以下では，割引率は $r_{WACC} = r$ と表す。なお，Feltham and Ohlson (1995) は割引率はすべて無リスク利子率と等しいと仮定している。

1. FO モデル

1.3 線形情報動学

- 残余事業利益 OX^a_{t+i}，純事業資産 NOA_{t+i}，およびその他の情報 $\nu_{1,t+i}$，$\nu_{2,t+i}$ に関して，次の時系列を仮定する。

$$
\begin{aligned}
OX^a_{t+i+1} &= \omega_{11} OX^a_{t+i} + \omega_{12} NOA_{t+i} + \nu_{1,t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} && (2)\\
NOA_{t+i+1} &= \omega_{22} NOA_{t+i} + \nu_{2,t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} && (3)\\
\nu_{1,t+i+1} &= \gamma_1 \nu_{1,t+i} + \varepsilon_{3,t+i+1} && (4)\\
\nu_{2,t+i+1} &= \gamma_2 \nu_{2,t+i} + \varepsilon_{4,t+i+1} && (5)
\end{aligned}
$$

  - $\mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{1,t+i+1}\right] = \mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{2,t+i+1}\right] = \mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{3,t+i+1}\right] = \mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{4,t+i+1}\right] = 0,\ i \geq 0$
  - $\omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{22}, \gamma_1, \gamma_2$ は，$0 \leq \omega_{11} < 1,\ 0 \leq \omega_{12}, 1 \leq \omega_{22} < 1 + r,\ |\gamma_1| < 1,\ |\gamma_2| < 1$ を満たす定数で既知とする。
  - この (2) 式－(5) 式も線形情報動学 (Linear Information Dynamics) と呼ばれる。

1. FOモデル

1.4 FOモデルとは

- 組替F/Sの連携式を仮定し残余事業利益モデルが成立するとする。また(2)式－(5)式の線形情報動学を仮定する。このとき次式が成り立つ。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} OX_t^a + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\omega_{11})} NOA_t \\
&+ \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \nu_{1t} \\
&+ \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_2)} \nu_{2t}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

  - Y_t, OX_t^a, NOA_t, ν_{1t}, ν_{2t} という時点 t における情報のみで表されている。
  - (6)式はFeltham and Ohlson (1995, CAR)の命題3において示された式であり，この右辺にしたがって株主価値評価を行なうモデルをFOモデルと呼ぶ。

1. FOモデル

1.4 FOモデルとは

- FOモデルの特徴

$$OX^a_{t+i+1} = \omega_{11} OX^a_{t+i} + \omega_{12} NOA_{t+i} + \nu_{1,t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} V_t =& Y_t + \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} OX^a_t + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\omega_{11})} NOA_t \\ &+ \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \nu_{1t} + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_2)} \nu_{2t} \end{aligned} \quad (6)$$

  - Ohlson モデルと異なる点として，(2) 式の線形情報動学に表れているように，残余事業利益の源泉として純事業資産を追加している。
  - $\omega_{12}(\geq 0)$ は現行の保守主義会計の下では，$\omega_{12} > 0$ と想定されている。保守主義会計によって，純事業資産が時価よりも低く測定されていることが，残余事業利益の発生源泉となっていると考えている。このことから，ω_{12} は保守主義の度合いを表すパラメータとされる。

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- Ohlsonモデルの導出方法(1)と同じ方法で導出する。
  - 後で説明する行列を用いた導出方法(2)の方法をすすめる。行列を用いない導出方法(1)では，導出過程が複雑になることを確認する意味はあると思うので残しておく。
- (3)式と(5)式のみに注目すると，Ohlsonモデルの導出(1)と同様にすれば，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[NOA_{t+i}] = \omega_{22}^i NOA_t + \frac{\gamma_2^i - \omega_{22}^i}{\gamma_2 - \omega_{22}} \nu_{2t} \tag{7}$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- i期先の残余利益X^a_{t+i}の期待値

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right] &= \mathrm{E}_t[\omega_{11}OX^a_{t+i-1} + \omega_{12}NOA_{t+i-1} + \nu_{1,t+i-1}] \\
&= \omega_{11}\mathrm{E}_t[\omega_{11}OX^a_{t+i-2} + \omega_{12}NOA_{t+i-2} + \nu_{1,t+i-2}] + \omega_{12}\mathrm{E}_t[NOA_{t+i-1}] + \mathrm{E}_t[\nu_{1,t+i-1}] \\
&= \omega_{11}^2\mathrm{E}_t[OX^a_{t+i-2}] + \omega_{12}\sum_{j=1}^{2}\omega_{11}^{j-1}\mathrm{E}_t[NOA_{t+i-j}] + \sum_{j=1}^{2}\omega_{11}^{j-1}\mathrm{E}_t[\nu_{1,t+i-j}] \\
&= \omega_{11}^{i}OX^a_t + \omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\mathrm{E}_t[NOA_{t+i-j}] + \sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\mathrm{E}_t[\nu_{1,t+i-j}] \\
&= \omega_{11}^{i}OX^a_t + \omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\left(\omega_{22}^{i-j}NOA_t + \frac{\gamma_2^{i-j} - \omega_{22}^{i-j}}{\gamma_2 - \omega_{22}}\nu_{2t}\right) + \sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\gamma_1^{i-j}\nu_{1t} \\
&= \omega_{11}^{i}OX^a_t + \omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\omega_{22}^{i-j}NOA_t + \sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\gamma_1^{i-j}\nu_{1t} + \omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\frac{\gamma_2^{i-j} - \omega_{22}^{i-j}}{\gamma_2 - \omega_{22}}\nu_{2t}
\end{aligned}
$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- i期先の残余事業利益OX^a_{t+i}の期待値
  - $\omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\omega_{22}^{i-j}NOA_t$の項

$$\omega_{12}\frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}}NOA_t$$

  - $\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\gamma_1^{i-j}\nu_{1t}$の項

$$\frac{\gamma_1^i - \omega_{11}^i}{\gamma_1 - \omega_{11}}\nu_{1t}$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- i期先の残余事業利益OX^a_{t+i}の期待値
  - $\omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\frac{\gamma_2^{i-j}-\omega_{22}^{i-j}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t}$の項

$$
\begin{aligned}
\omega_{12}\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\frac{\gamma_2^{i-j}-\omega_{22}^{i-j}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t} &= \left(\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\gamma_2^{i-j}-\sum_{j=1}^{i}\omega_{11}^{j-1}\omega_{22}^{i-j}\right)\frac{\omega_{12}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t} \\
&= \left(\frac{\gamma_2^{i-1}(1-(\omega_{11}\gamma_2^{-1})^i)}{1-\omega_{11}\gamma_2^{-1}}-\frac{\omega_{22}^{i-1}(1-(\omega_{11}\omega_{22}^{-1})^i)}{1-\omega_{11}\omega_{22}^{-1}}\right)\frac{\omega_{12}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t} \\
&= \left(\frac{\gamma_2^{i}(1-\omega_{11}^{i}\gamma_2^{-i})}{\gamma_2-\omega_{11}}-\frac{\omega_{22}^{i}(1-\omega_{11}^{j}\omega_{22}^{-i})}{\omega_{22}-\omega_{11}}\right)\frac{\omega_{12}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t} \\
&= \left(\frac{\gamma_2^{i}-\omega_{11}^{i}}{\gamma_2-\omega_{11}}-\frac{\omega_{22}^{i}-\omega_{11}^{i}}{\omega_{22}-\omega_{11}}\right)\frac{\omega_{12}}{\gamma_2-\omega_{22}}v_{2t}
\end{aligned}
$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- それぞれの各項を代入すると，i期先の残余事業利益OX^a_{t+i}の期待値は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right] &= \omega^i_{11} OX^a_t + \omega_{12}\sum_{j=1}^{j} \omega^{j-1}_{11}\omega^{i-j}_{22} NOA_t + \sum_{j=1}^{i}\omega^{j-1}_{11}\gamma^{i-j}_1 \nu_{1t} + \omega_{12}\sum_{i=1}^{j}\omega^{j-1}_{11}\frac{\gamma_2^{i-j} - \omega_{22}^{i-j}}{\gamma_2 - \omega_{22}}\nu_{2t} \\
&= \omega^i_{11} OX^a_t + \omega_{12}\frac{\omega^i_{22} - \omega^i_{11}}{\omega_{22} - \omega_{11}} NOA_t + \frac{\gamma^i_1 - \omega^i_{11}}{\gamma_1 - \omega_{11}}\nu_{1t} + \left(\frac{\gamma^i_2 - \omega^i_{11}}{\gamma_2 - \omega_{11}} - \frac{\omega^i_{22} - \omega^i_{11}}{\omega_{22} - \omega_{11}}\right)\frac{\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}}\nu_{2t}
\end{aligned}
$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- このとき，残余事業利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t =& NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \\
=& NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega_{11}^i}{(1+r)^i} OX^a_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \omega_{12} \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}} NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \frac{\gamma_1^i - \omega_{11}^i}{\gamma_1 - \omega_{11}} \nu_{1t} \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \left(\frac{\gamma_2^i - \omega_{11}^i}{\gamma_2 - \omega_{11}} - \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}} \right) \frac{\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}} \nu_{2t} \qquad (8)
\end{aligned}
$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- (8) 式の各項
  - $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega_{11}^{i}}{(1+r)^{i}} OX_t^a$ の項

$$\frac{\frac{\omega_{11}}{1+r}}{1-\frac{\omega_{11}}{1+r}} OX_t^a = \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} OX_t^a \qquad (9)$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- (8) 式の各項
  - $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \omega_{12} \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22}-\omega_{11}} NOA_t$ の項

$$\left(\frac{\frac{\omega_{22}}{1+r}}{1 - \frac{\omega_{22}}{1+r}} - \frac{\frac{\omega_{11}}{1+r}}{1 - \frac{\omega_{11}}{1+r}} \right) \frac{\omega_{12}}{\omega_{22} - \omega_{11}} NOA_t$$

$$= \left(\frac{\omega_{22}}{1 + r - \omega_{22}} - \frac{\omega_{11}}{1 + r - \omega_{11}} \right) \frac{\omega_{12}}{\omega_{22} - \omega_{11}} NOA_t \qquad \text{(10')}$$

$$= \frac{\omega_{12}(1 + r)}{(1 + r - \omega_{11})(1 + r - \omega_{22})} NOA_t \qquad (10)$$

  - $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \frac{\gamma_1^i - \omega_{11}^i}{\gamma_1 - \omega_{11}} \nu_{1t}$ の項

$$\frac{1 + r}{(1 + r - \omega_{11})(1 + r - \gamma_1)} \nu_{1t} \qquad (11)$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- (8) 式の各項
  - $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \left(\frac{\gamma_2^i - \omega_{11}^i}{\gamma_2 - \omega_{11}} - \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}} \right) \frac{\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}} v_{2t}$ の項

    ∗ (10') 式の計算結果を利用する。

$$
\begin{aligned}
&\left(\left(\frac{\gamma_2}{1+r-\gamma_2} - \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} \right) \frac{1}{\gamma_2 - \omega_{11}} - \left(\frac{\omega_{22}}{1+r-\omega_{22}} - \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} \right) \frac{1}{\omega_{22} - \omega_{11}} \right) \frac{\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}} v_{2t} \\
&= \left(\frac{1}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_2)} - \frac{1}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\omega_{11})} \right) \frac{(1+r)\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}} v_{2t} \\
&= \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} v_{2t} \qquad (12)
\end{aligned}
$$

2. FOモデルの導出

2.1 導出方法(1)

- (9) 式－(12) 式を (8) 式に代入すると，残余事業利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t =& NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\omega_{11}^i OX_t^a}{(1+r)^i} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \omega_{12} \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}} NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \frac{\gamma_1^i - \omega_{11}^i}{\gamma_1 - \omega_{11}} \nu_{1t} \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \left(\frac{\gamma_2^i - \omega_{11}^i}{\gamma_2 - \omega_{11}} - \frac{\omega_{22}^i - \omega_{11}^i}{\omega_{22} - \omega_{11}} \right) \frac{\omega_{12}}{\gamma_2 - \omega_{22}} \nu_{2t} \\
=& NOA_t + \frac{\omega_{11}}{1 + r - \omega_{11}} OX_t^a + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})} NOA_t \\
& + \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \nu_{1t} \\
& + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \nu_{2t}
\end{aligned}
$$

  - 金融負債の簿価と価値は等しいと仮定していることから，$VNOA_t = NFO_t + V_t$ と $NOA_t = NFO_t + Y_t$ を代入すれば，FOモデルが得られる。

2. FOモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- 線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} OX^a_{t+i+1} \\ NOA_{t+i+1} \\ \nu_{1,t+i+1} \\ \nu_{2,t+i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & 1 & 0 \\ 0 & \omega_{22} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} OX^a_{t+i} \\ NOA_{t+i} \\ \nu_{1,t+i} \\ \nu_{2,t+i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \\ \varepsilon_{3,t+i+1} \\ \varepsilon_{4,t+i+1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

- $\boldsymbol{z_{t+i}} = \begin{pmatrix} OX^a_{t+i} \\ NOA_{t+i} \\ \nu_{1,t+i} \\ \nu_{2,t+i} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & 1 & 0 \\ 0 & \omega_{22} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \\ \varepsilon_{3,t+i+1} \\ \varepsilon_{4,t+i+1} \end{pmatrix}$ とする。このとき，線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{z_{t+i+1}} = \boldsymbol{A z_{t+i}} + \boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} \quad (14)$$

2. FOモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- 将来の $\boldsymbol{z_{t+i}}$ の期待値について，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}] = \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} \tag{15}$$

- また，$i \to \infty$ のとき $\frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} \to 0$ を仮定すると，次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} &= \frac{1}{1+r}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^2}\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^3}\boldsymbol{A}^3\boldsymbol{z_t} + \cdots \\
&= [(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t}
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X_{t+i}^a\right]}{(1+r)^i} = \boldsymbol{e1'}\,[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \tag{17}$$

$$\text{where } \boldsymbol{e1'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. FOモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。

In[1] = $W = \{\{\omega_{11}, \omega_{12}, 1, 0\}, \{0, \omega_{22}, 0, 1\}, \{0, 0, \gamma_1, 0\}, \{0, 0, 0, \gamma_2\}\}$

Out[1] = $\{\{\omega_{11}, \omega_{12}, 1, 0\}, \{0, \omega_{22}, 0, 1\}, \{0, 0, \gamma_1, 0\}, \{0, 0, 0, \gamma_2\}\}$

In[2] = II = IdentityMatrix[4]

Out[2] = $\{\{1, 0, 0, 0\}, \{0, 1, 0, 0\}, \{0, 0, 1, 0\}, \{0, 0, 0, 1\}\}$

In[3] = INV = Simplify[Inverse[$(1+r)$II $-$ W]]

Out[3] =

$$\left\{\left\{\frac{1}{1+r-\omega_{11}}, \frac{\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})}, \frac{1}{(1+r-\gamma_1)(1+r-\omega_{11})}, \frac{\omega_{12}}{(1+r-\gamma_2)(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})}\right\},\right.$$
$$\left.\left\{0, \frac{1}{1+r-\omega_{22}}, 0, \frac{1}{(1+r-\gamma_2)(1+r-\omega_{22})}\right\}, \left\{0, 0, \frac{1}{1+r-\gamma_1}, 0\right\}, \left\{0, 0, 0, \frac{1}{1+r-\gamma_2}\right\}\right\}$$

2. FOモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。（続き）

In[4] = Simplify[INV.W]

Out[4] =

$$\left\{\left\{\frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}}, \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})}, \frac{1+r}{(1+r-\gamma_1)(1+r-\omega_{11})}, \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\gamma_2)(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})}\right\}, \right.$$

$$\left.\left\{0, \frac{\omega_{22}}{1+r-\omega_{22}}, 0, \frac{1+r}{(1+r-\gamma_2)(1+r-\omega_{22})}\right\}, \left\{0, 0, \frac{\gamma_1}{1+r-\gamma_1}, 0\right\}, \left\{0, 0, 0, \frac{\gamma_2}{1+r-\gamma_2}\right\}\right\}$$

2. FOモデルの導出

2.2 導出方法(2)：行列を用いた方法

- このとき，残余事業利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t &= NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX_{t+i}^a\right]}{(1+r)^i} \\
&= NOA_t + \boldsymbol{e1}' \left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1} \boldsymbol{A z_t} \\
&= NOA_t + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} & \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})} & \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} & \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \\
0 & \frac{\omega_{22}}{1+r-\omega_{22}} & 0 & \frac{1+r}{(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \\
0 & 0 & \frac{\gamma_1}{1+r-\gamma_1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_2}{1+r-\gamma_2}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} OX_t^a \\ NOA_t \\ \nu_{1t} \\ \nu_{2t} \end{pmatrix} \\
&= NOA_t + \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} OX_t^a + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})} NOA_t + \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \nu_{1t} \\
&\quad + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \nu_{2t}
\end{aligned}
$$

［証明終］

3. FOモデルの展開

- Liu and Ohlson (2000, JAAF)
  - Ohlsonモデルにおけるその他の情報ν_tの別表現を用いたOhlson (2001) モデルと同様に，FOモデルにおけるその他の情報ν_{1t}, ν_{2t}の別表現を用いたモデルを示した。
    - Callen and Segal (2005) において，このモデルに基づいた実証研究が行なわれている。
    - 日本のデータでも，太田・斉藤・吉野 (2015) において実証研究が行なわれている。

3. FOモデルの展開

- 導出
  - 線形情報動学

$$OX^a_{t+i+1} = \omega_{11} OX^a_{t+i} + \omega_{12} NOA_{t+i} + \nu_{1,t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \tag{18}$$

$$NOA_{t+i+1} = \omega_{22} NOA_{t+i} + \nu_{2,t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} \tag{19}$$

  - $i = 0$として(18)式と(19)式の期待値をとる。

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+1}\right] =& \omega_{11} OX^a_t + \omega_{12} NOA_t + \nu_{1t} \\
\Longleftrightarrow \nu_{1t} =& \mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+1}\right] - \omega_{11} OX^a_t - \omega_{12} NOA_t \qquad (20) \\
\mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right] =& \omega_{22} NOA_t + \nu_{2t} \\
\Longleftrightarrow \nu_{2t} =& \mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right] - \omega_{22} NOA_t \qquad (21)
\end{aligned}$$

3. FO モデルの展開

- 導出
  - (20) 式と (21) 式を (6) 式の FO モデルに代入する。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{\omega_{11}}{1+r-\omega_{11}} OX_t^a + \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})} NOA_t \\
&+ \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \left(\mathrm{E}_t \left[OX_{t+1}^a \right] - \omega_{11} OX_t^a - \omega_{12} NOA_t \right) \\
&+ \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \left(\mathrm{E}_t \left[NOA_{t+1} \right] - \omega_{22} NOA_t \right)
\end{aligned}
$$

3. FOモデルの展開

- 導出
  - 整理すると次式になる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + \frac{-\omega_{11}\gamma_1}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} OX_t^a \\
&+ \frac{1+r}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\gamma_1)} \mathrm{E}_t\left[OX_{t+1}^a\right] \\
&+ \frac{(1+r)\omega_{12}(\omega_{22}(\gamma_1-\gamma_2)+\gamma_1\gamma_2-(1+r)\gamma_1)}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_1)(1+r-\gamma_2)} NOA_t \\
&+ \frac{(1+r)\omega_{12}}{(1+r-\omega_{11})(1+r-\omega_{22})(1+r-\gamma_2)} \mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right] \qquad (22)
\end{aligned}
$$

∗ OX_t^a, $\mathrm{E}_t\left[OX_{t+1}^a\right]$, NOA_t, $\mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right]$の係数をそれぞれ，$k_1$, k_2, k_3, k_4とする。

∗ この(22)式は，Liu and Ohlson (2001)の(2)式に対応している。

3. FOモデルの展開

- 導出
  - さらに残余事業利益を展開すると次のようになる。

$$
\begin{aligned}
V_t =& Y_t + k_1 OX_t^a + k_2 \mathrm{E}_t\left[OX_{t+1}^a\right] + k_3 NOA_t + k_4 \mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right] \\
=& Y_t + k_1\left(OX_t - r(NOA_t - OX_t + FCF_t)\right) \\
& + k_2\left(\mathrm{E}_t[OX_{t+1}] - rNOA_t\right) + k_3 NOA_t + k_4 \mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right] \\
=& Y_t + rk_1\left(\frac{1+r}{r}OX_t - FCF_t\right) + rk_2\frac{\mathrm{E}_t\left[OX_{t+1}\right]}{r} \\
& + (k_3 - r(k_1 + k_2))NOA_t + k_4 \mathrm{E}_t\left[NOA_{t+1}\right]
\end{aligned}
\tag{23}
$$

$*$ この (23) 式は，Liu and Ohlson (2001) の (4) 式に対応している。

3. FOモデルの展開

- したがって，FOモデルは次のように表すこともできる。

$$V_t = Y_t + \theta_1 \left(\frac{1+r}{r} OX_t - FCF_t \right) + \theta_2 \frac{\mathrm{E}_t \left[OX_{t+1} \right]}{r} + \theta_3 NOA_t + \theta_4 \mathrm{E}_t \left[NOA_{t+1} \right]$$

$$\theta_1 \equiv rk_1,\ \theta_2 \equiv rk_2,\ \theta_3 \equiv k_3 - r(k_1 + k_2),\ \theta_4 \equiv k_4$$

- さらに，$\mathrm{E}_t[\Delta OX_{t+1}] \equiv \mathrm{E}_t[OX_{t+1}] - (1+r)OX_t + rFCF_t$，$\mathrm{E}_t[\Delta NOA_{t+1}] \equiv \mathrm{E}_t[NOA_{t+1}] - NOA_t$ を用いて書き換えると次のようになる。

$$\begin{aligned} V_t =& - NFO_t + \lambda_1 \mathrm{E}_t[\Delta OX_{t+1}] + \lambda_2 \mathrm{E}_t \left[OX_{t+1} \right] \\ &+ \lambda_3 NOA_t + \lambda_4 \mathrm{E}_t \left[\Delta NOA_{t+1} \right] \end{aligned} \tag{24}$$

$$\lambda_1 \equiv -\frac{\theta_1}{r},\ \lambda_2 \equiv \frac{\theta_1 + \theta_2}{r},\ \lambda_3 \equiv 1 + \theta_3 + \theta_4,\ \lambda_4 \equiv k_4$$

  - この (24) 式は，Liu and Ohlson (2001) の (5) 式に対応している。
  - 実証分析の際には，(24) 式の両辺を NOA_t で割るなどすることが一般的である。Callen and Segal (2005)，太田・斉藤・吉野 (2015) など参照。

4. FO (1995) における残余事業利益モデル

- Feltham and Ohlson (1995) では次の関係を仮定している。

$$rNFO_{t+i} = NFE_{t+i+1} \tag{25}$$

  - つまり，時点 t（$t+1$ 期の期首）の純金融負債に利子率 r を乗じた額が $t+1$ 期の純金融費用である。
  - 将来残余利益に対応する将来残余純金融費用 $(NFE_{t+i+1} - rNFO_{t+i})$ はゼロと仮定しているとも言える。
  - 企業の立場から純金融負債の価値 $VNFO_t$ を求めると次のようになる。

$$VNFO_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[F_{t+i}]}{(1+r)^i} = NFO_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[NFE_{t+i} - rNFO_{t+i-1}]}{(1+r)^i} \tag{26}$$

    * 二つ目の等号は，純金融負債関係 (NFOR) を用いて，残余利益モデルの導出と全く同様にすれば成り立つ。
    * (25) 式を (26) 式に代入すれば $VNFO_t = NFO_t$ となる。したがって，(25) 式は純金融負債の時価と簿価が等しいことを含意する。

4. FO (1995) における残余事業利益モデル

- このことと，利子率をすべて r と仮定していることから，次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} OX^a_{t+1} &\equiv OX_{t+1} - rNOA_t \\ &= X_{t+1} + NFE_{t+1} - r(Y_t + NFO_{t+1}) \\ &= X_{t+1} - rY_t + NFE_{t+1} - rNFO_{t+1} \\ &= X_{t+1} - rY_t \\ &\equiv X^a_{t+1} \end{aligned} \tag{27}$$

  - つまり，残余事業利益と残余利益は等しくなる。

4. FO (1995) における残余事業利益モデル

- 金融負債の価値と簿価が等しく，残余事業利益と残余利益は一致することから，次の3つの関係が成立する。

$$V_t = -NFO_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[FCF_{t+i}]}{(1+r)^i} \tag{28}$$

$$V_t = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \tag{29}$$

$$V_t = Y_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[X^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \tag{30}$$

  - これはFeltham and Ohlson (1995) の命題1である。

5. ここまでのまとめ

- 企業価値評価モデル

	組替C/Sベース	組替B/Sベース		組替P/Lベース	
		CSRなし	+CSR	CSRなし	+CSR
株主資本型	DDM	ABG	残余利益(=RIM) GRIM Ohlson	AEG PEG OJ OHJO	残余利益成長 OJ ＋ CSR
純事業資産型（総資産型）	DCF法		残余事業利益 FO		残余事業利益成長

［枚数調整］

TOPIC #5
FO96モデル

- Feltham, G. A., and J. A. Ohlson, 1996. "Uncertainty Resolution and the Theory of Depreciation Measurement," *Journal of Accounting Research* 34(2), pp. 209–234.
- Begley, J., and G. A. Feltham, 2002. "The Relation between Market Values, Earnings Forecasts, and Reported Earnings," *Journal of Accounting, Auditing & Finance* 15(3), pp. 321–331.

1. FO96におけるDCF法

1.1 設定

- キャッシュ・インフローC_{t+i}，投資I_{t+i}に関して，次の時系列を仮定する。

$$C_{t+i+1} = \gamma C_{t+i} + \kappa I_{t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \tag{1}$$

$$I_{t+i+1} = \omega I_{t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} \tag{2}$$

  - $\mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{1,t+i+1}\right] = \mathrm{E}_t\left[\varepsilon_{2,t+i+1}\right] = 0,\ i \geq 0$
  - γ, κ, ωは，$0 < \kappa, 0 \leq \gamma < 1, 0 \leq \omega < 1 + r$を満たす定数で既知とする。

1. FO96におけるDCF法

1.2 FO96におけるDCF法とは

- FO96におけるDCF法
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[FCF_{t+i}]}{(1+r_{WACC})^i} = \Phi \mathrm{E}_t[C_{t+1}] + \beta \mathrm{E}_t[I_{t+1}] = \Phi[\gamma C_t + \kappa I_t] + \beta[\omega C_t] \quad (3)$$

$$\Phi \equiv \frac{1}{1+r-\gamma},\ \beta \equiv (\Phi\kappa - 1)\frac{1}{1+r-\omega}$$

  * (3)式はFeltham and Ohlson (1996, JAR)の命題1において示された式であり，FO96モデルの1つである。
  * Feltham and Ohlson (1996, JAR)では純金融負債は存在しておらず，このため純事業資産の価値と株主価値は等しくなっている。
  * 以下では，割引率は$r_{WACC} = r$と表す。Feltham and Ohlson (1996)では割引率はすべて無リスク利子率と等しいと仮定されている。

1. FO96におけるDCF法

1.3 FO96におけるDCF法の導出

- 変数の時系列（線形情報動学）は次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} C_{t+i+1} \\ I_{t+i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \kappa \\ 0 & \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{t+i} \\ I_{t+i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix} \tag{4}$$

  - $\boldsymbol{z_{t+i}} = \begin{pmatrix} C_{t+i} \\ I_{t+i} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \gamma & \kappa \\ 0 & \omega \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix}$とする。このとき，線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{z_{t+i+1}} = \boldsymbol{A z_{t+i}} + \boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} \tag{5}$$

1. FO96におけるDCF法

1.3 FO96におけるDCF法の導出

- 将来の$\boldsymbol{z_{t+i}}$の期待値について，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}] = \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} \tag{6}$$

- また，$i \to \infty$のとき$\frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} \to 0$を仮定すると，次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} &= \frac{1}{1+r}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^2}\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^3}\boldsymbol{A}^3\boldsymbol{z_t} + \cdots \\ &= \left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t}\end{aligned} \tag{7}$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[FCF_{t+i}\right]}{(1+r)^i} = \left(\boldsymbol{e1'}\left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1}\boldsymbol{A} - \boldsymbol{e2'}\left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1}\boldsymbol{A}\right)\boldsymbol{z_t} \tag{8}$$

$$\text{where } \boldsymbol{e1'} = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix},\ \boldsymbol{e2'} = \begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}$$

1. FO96におけるDCF法

1.3 FO96におけるDCF法の導出

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\,\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。

$$
\begin{aligned}
\text{In[1]} = \quad & W = \{\{\gamma,\kappa\},\{0,\omega\}\} \\
\text{Out[1]} = \quad & \{\{\gamma,\kappa\},\{0,\omega\}\} \\
\text{In[2]} = \quad & \text{II} = \text{IdentityMatrix[2]} \\
\text{Out[2]} = \quad & \{\{1,0\},\{0,1\}\} \\
\text{In[3]} = \quad & \text{INV} = \text{Simplify[Inverse[}(1+r)\text{II}-W\text{]]} \\
\text{Out[3]} = \quad & \left\{\left\{\frac{1}{1+r-\gamma},\frac{\kappa}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\right\}\right\} \\
\text{In[4]} = \quad & \text{c} = \text{Simplify[INV.}W\text{]} \\
\text{Out[4]} = \quad & \left\{\left\{\frac{\gamma}{1+r-\gamma},\frac{(1+r)\kappa}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\right\},\left\{0,\frac{\omega}{1+r-\omega}\right\}\right\}
\end{aligned}
$$

1. FO96におけるDCF法

1.3 FO96におけるDCF法の導出

- このとき，FCF法による事業価値は次のように計算される。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[FCF_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \\
&= \left(\boldsymbol{e1}' \left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{e2}' \left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1} \boldsymbol{A}\right) \boldsymbol{z_t}
\end{aligned}
$$

  - mathematicaを利用して計算する。

$$
\begin{aligned}
\text{In[5]} = &\quad \text{e1} = \{1, 0\} \\
\text{Out[5]} = &\quad \{1, 0\} \\
\text{In[6]} = &\quad \text{e2} = \{0, 1\} \\
\text{Out[6]} = &\quad \{0, 1\} \\
\text{In[7]} = &\quad \text{FullSimplify[e1}.c - \text{e2}.c] \\
\text{Out[7]} = &\quad \left\{\frac{\gamma}{1+r-\gamma}, \frac{(1+r)\kappa + (-1-r+\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}\right\}
\end{aligned}
$$

1. FO96におけるDCF法

1.3 FO96におけるDCF法の導出

- 以上から，FCF法による事業価値は次のように計算される。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t &= \left(\boldsymbol{e1'}\,[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\,\boldsymbol{A} - \boldsymbol{e2'}\,[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\,\boldsymbol{A}\right)\boldsymbol{z_t} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{1+r-\gamma} & \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \end{pmatrix} \boldsymbol{z_t} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{1+r-\gamma} & \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_t \\ I_t \end{pmatrix} \\
&= \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}I_t
\end{aligned}
$$

［証明終］ (9)

  - 参考：Feltham and Ohlson (1996, JAR) の (1) 式と等しいことを mathematica を利用して確認する。

$$
\text{In[8]} = \quad \text{FullSimplify}\left[\frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} - \left(\kappa\frac{1}{1+r-\gamma} + \frac{\kappa\frac{1}{1+r-\gamma}-1}{1+r-\omega}\omega\right)\right]
$$

$$
\text{Out[8]} = \quad 0
$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.1 追加設定

- 事業利益：$OX_{t+1} = C_{t+1} - DEP_{t+1}$
  - ここで $DEP_{t+1} = (1 - \delta)NOA_t$ を仮定する。δ は減価償却を決めるパラメータであり，$0 \leq \delta < 1$ とする。
  - 事業利益：$OX_{t+1} = \gamma C_{t+i} + \kappa I_{t+i} - (1 - \delta)NOA_t + \varepsilon_{1,t+1}$
  - 残余事業利益：$OX^a_{t+1} = \gamma C_t + \kappa I_t - (1 - \delta)NOA_t + \varepsilon_{1,t+1} - rNOA_t = \gamma C_t + \kappa I_t - (1 + r - \delta)NOA_t + \varepsilon_{1,t+1}$
- 純事業資産関係：$NOA_{t+1} = NOA_t + OX_{t+1} - FCF_{t+1}$
  - $NOA_{t+1} = NOA_t + C_{t+1} - DEP_{t+1} - (C_{t+1} - I_{t+1}) = NOA_t + I_{t+1} - DEP_{t+1}$
  - $NOA_{t+1} = NOA_t + \omega I_t + \varepsilon_{2,t+1} - (1 - \delta)NOA_t = \omega I_t + \delta NOA_t + \varepsilon_{2,t+1}$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.1 追加設定

- 以上から，キャッシュ・インフローCC_{t+i}，投資I_{t+i}，残余事業利益OX^a_{t+i}，純事業資産NOA_{t+i}に関して，次の時系列を仮定することになる。

$$C_{t+i+1} = \gamma C_{t+i} + \kappa I_{t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \tag{1}$$

$$I_{t+i+1} = \omega I_{t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} \tag{2}$$

$$OX^a_{t+i+1} = \gamma C_{t+i} + \kappa I_{t+i} - (1 + r - \delta) NOA_{t+i} + \varepsilon_{1,t+i+1} \tag{10}$$

$$NOA_{t+i+1} = \omega I_{t+i} + \delta NOA_{t+i} + \varepsilon_{2,t+i+1} \tag{11}$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.2 FO96における残余事業利益モデル(1)とは

- FO96における残余事業利益モデル(1)
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1 + r_{WACC})^i} &= \Phi \mathrm{E}_t[C_{t+1}] + \beta \mathrm{E}_t[I_{t+1}] \\
&= \Phi[\gamma C_t + \kappa I_t] + \beta[\omega C_t] \qquad (12) \\
\Phi \equiv \frac{1}{1 + r - \gamma}&, \ \beta \equiv (\Phi\kappa - 1)\frac{1}{1 + r - \omega}
\end{aligned}
$$

  ∗ (12)式の右辺はFO96におけるDCF法に等しい。つまり，FO96における残余事業利益モデル(1)とは，(12)式の左辺を計算することで，FO96におけるDCF法を導出できることを意味する。

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- 変数の時系列（線形情報動学）は次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} C_{t+i+1} \\ I_{t+i+1} \\ OX^a_{t+i+1} \\ NOA_{t+i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \kappa & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 & 0 \\ \gamma & \kappa & 0 & -(1+r-\delta) \\ 0 & \omega & 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{t+i} \\ I_{t+i} \\ OX^a_{t+i} \\ NOA_{t+i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \\ \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix} \tag{13}$$

- $\boldsymbol{z_{t+i}} = \begin{pmatrix} C_{t+i} \\ I_{t+i} \\ OX^a_{t+i} \\ NOA_{t+i} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \gamma & \kappa & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 & 0 \\ \gamma & \kappa & 0 & -(1+r-\delta) \\ 0 & \omega & 0 & \delta \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \\ \varepsilon_{1,t+i+1} \\ \varepsilon_{2,t+i+1} \end{pmatrix}$ とする。このとき，線形情報動学は次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{z_{t+i+1}} = \boldsymbol{A z_{t+i}} + \boldsymbol{\varepsilon_{t+i+1}} \tag{14}$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- 将来の$\boldsymbol{z_{t+i}}$の期待値について，次式が成り立つ。

$$\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}] = \boldsymbol{A}^i \boldsymbol{z_t} \tag{15}$$

- また，$i \to \infty$のとき$\frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} \to 0$を仮定すると，次式が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t[\boldsymbol{z_{t+i}}]}{(1+r)^i} = \frac{1}{1+r}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^2}\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{z_t} + \frac{1}{(1+r)^3}\boldsymbol{A}^3\boldsymbol{z_t} + \cdots$$

$$= [(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \tag{16}$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} = \boldsymbol{e3'}\,[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \tag{17}$$

$$\text{where } \boldsymbol{e3'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\,\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。

In[1] = $W = \{\{\gamma, \kappa, 0, 0\}, \{0, \omega, 0, 0\}, \{\gamma, \kappa, 0, -(1+r-\delta)\}, \{0, \omega, 0, \delta\}\}$

Out[1] = $\{\{\gamma, \kappa, 0, 0\}, \{0, \omega, 0, 0\}, \{\gamma, \kappa, 0, -1-r+\delta\}, \{0, \omega, 0, \delta\}\}$

In[2] = II = IdentityMatrix[4]

Out[2] = $\{\{1, 0, 0, 0\}, \{0, 1, 0, 0\}, \{0, 0, 1, 0\}, \{0, 0, 0, 1\}\}$

In[3] = INV = Simplify[Inverse[(1 + r)II − W]]

Out[3] =

$$\left\{\left\{\frac{1}{1+r-\gamma}, \frac{\kappa}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}, 0, 0\right\}, \left\{0, \frac{1}{1+r-\omega}, 0, 0\right\},\right.$$
$$\left.\left\{\frac{\gamma}{(1+r)(1+r-\gamma)}, \frac{1}{1+r}+\frac{-1-r+\gamma+\kappa}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}, \frac{1}{1+r}, -\frac{1}{1+r}\right\}, \left\{0, \frac{\omega}{(1+r-\delta)(1+r-\omega)}, 0, \frac{1}{1+r-\delta}\right\}\right.$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- $[(1+r)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}]^{-1}\boldsymbol{A}$ をmathematicaを利用して計算する。（続き）

In[4] = c = Simplify[INV.W]

Out[4] =

$$\left\{\left\{\frac{\gamma}{1+r-\gamma},\frac{(1+r)\kappa}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)},0,0\right\},\left\{0,\frac{\omega}{1+r-\omega},0,0\right\},\right.$$
$$\left.\left\{\frac{\gamma}{1+r-\gamma},\frac{(1+r)\kappa+(-1-r+\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)},0,-1\right\},\left\{0,\frac{(1+r)\omega}{(1+r-\delta)(1+r-\omega)},0,\frac{\delta}{1+r-\delta}\right\}\right\}$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- このとき，残余事業利益モデルは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t &= NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1+r)^i} \\
&= NOA_t + \boldsymbol{e3'}\left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1} \boldsymbol{A z_t}
\end{aligned}
$$

  - mathematicaを利用して計算する。

In[5] = e3 = {0, 0, 1, 0}

Out[5] = {0, 0, 1, 0}

In[6] = FullSimplify[e3.c]

Out[6] = $\left\{\frac{\gamma}{1+r-\gamma}, \frac{(1+r)\kappa + (-1-r+\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}, 0, -1\right\}$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.3 FO96における残余事業利益モデル(1)の導出

- 以上から，FCF法による事業価値は次のように計算される。

$$
\begin{aligned}
VNOA_t =& NOA_t + \boldsymbol{e3'}\left[(1+r)\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}\right]^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z_t} \\
=& NOA_t + \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{1+r-\gamma} & \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} & 0 & -1 \end{pmatrix} \boldsymbol{z_t} \\
=& NOA_t + \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{1+r-\gamma} & \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)} & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_t \\ I_t \\ OX_t^a \\ NOA_t \end{pmatrix} \\
=& NOA_t + \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}I_t - NOA_t \\
=& \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \frac{(1+r)\kappa-(1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}I_t
\end{aligned}
$$

［証明終］

2. FO96における残余事業利益モデル

2.4 FO96における残余事業利益モデル(2)とは

- FO96における残余事業利益モデル(2)
  - いくつかの仮定の下で次式が成立する。

$$NOA_t + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mathrm{E}_t\left[OX^a_{t+i}\right]}{(1 + r_{WACC})^i} = NOA_t + \alpha_1 OX^a_t + \alpha_2 NOA_{t-1} + \alpha_3 I_t \qquad (18)$$

$$\alpha_1 \equiv \Phi\gamma,\ \alpha_2 = \Phi(1 + r)(\gamma - \delta),\ \alpha_3 = (\Phi\kappa - 1)\frac{1 + r}{1 + r - \omega}$$

∗ (18) 式はFeltham and Ohlson (1996, JAR)の命題2において示された式であり，FO96モデルの1つである。

2. FO96における残余事業利益モデル

2.5 FO96における残余事業利益モデル(2)の導出

- (18)式の右辺を変形していく。

$$NOA_t + \Phi\gamma OX_t^a + \Phi(1+r)(\gamma-\delta)NOA_{t-1} + (\Phi\kappa - 1)\frac{1+r}{1+r-\omega}I_t$$
$$=\delta NOA_{t-1} + I_t + \frac{\gamma}{1+r-\gamma}(C_t - (1+r-\delta)NOA_{t-1})$$
$$+\frac{(1+r)(\gamma-\delta)}{1+r-\gamma}NOA_{t-1} + \left(\frac{\kappa}{1+r-\gamma} - 1\right)\frac{1+r}{1+r-\omega}I_t$$

  - NOA_{t-1}の項を整理する。

$$\delta + \frac{\gamma}{1+r-\gamma}(-(1+r-\delta)) + \frac{(1+r)(\gamma-\delta)}{1+r-\gamma}$$
$$= \delta + \frac{\gamma\delta}{1+r-\gamma} + \frac{-(1+r)\delta}{1+r-\gamma} = \delta - \delta = 0$$

2. FO96における残余事業利益モデル

2.5 FO96における残余事業利益モデル(2)の導出

- よって，(18)式の右辺は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
& I_t + \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \left(\frac{\kappa}{1+r-\gamma} - 1\right)\frac{1+r}{1+r-\omega}I_t \\
&= \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \left(\frac{\kappa}{1+r-\gamma}\frac{1+r}{1+r-\omega} - \frac{1+r}{1+r-\omega} + 1\right)I_t \\
&= \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \left(\frac{(1+r)\kappa}{1+r-\gamma} - \omega\right)\frac{1}{1+r-\omega}I_t \\
&= \frac{\gamma}{1+r-\gamma}C_t + \frac{\kappa(1+r) - (1+r-\gamma)\omega}{(1+r-\gamma)(1+r-\omega)}I_t
\end{aligned}
$$

［証明終］

  – これは(9)式に等しい。

3. FO96モデルの展開

- Begley and Feltham (2002, CAR)
  - Ohlsonモデルにおけるその他の情報v_tの別表現を用いたOhlson (2001)モデル，およびFOモデルにおけるその他の情報v_{1t}, v_{2t}の別表現を用いたLiu and Ohlson (2000, JAAF)のモデルと同様に，FO96モデルにおいてその他の情報を用いないモデルを示した。
    - ∗ 注：このスライドでは，その他の情報の入ったFO96モデル自体は説明していない。
    - ∗ 日本のデータを用いた検証は，私の知る限り，存在していない。

4. ここまでのまとめ

- 企業価値評価モデル

	組替 C/S ベース	組替 B/S ベース		組替 P/L ベース	
		CSR なし	+CSR	CSR なし	+CSR
株主資本型	DDM	ABG	残余利益 (=RIM) GRIM Ohlson	AEG PEG OJ OHJO	残余利益成長 OJ ＋ CSR
純事業資産型（総資産型）	DCF 法		残余事業利益 FO FO96		残余事業利益成長

［枚数調整］

［枚数調整］