

2001 年度 エコノメトリックス

ケース： 夏季の電力需要関数の推定

右の表は、各年 8 月における関西電力管内の電力需要（「電灯・電力販売量」）、大阪市の平均気温、実質 GDP（旧 68SNA 系列、1990 年基準）を 1963 年から 1999 年の 37 年間にわたって表したものである。（出典：電気事業連合会ホームページ「電力統計」<http://www.fepec.or.jp/>、国立天文台編『理科年表』、内閣府経済社会総合研究所『国民経済計算』）

○問題意識

よく知られているように、エアコン使用が高まるために、夏季は毎年電力需要がピークとなる時期である。（停電を起こさないように）電力を安定供給するためにも、夏季の電力需要関数を知ることは必要である。

○電力需要のモデル

いま、このデータを基に、8 月の電力需要関数を推定したい。電力需要（消費）については所得（実質 GDP）の線形関数であるというケインズ型の消費関数を考えるが、エアコン使用による電力需要を考慮に入れ、気温データにも依存するモデルを考える。また、電力需要（epwr）、実質 GDP(gdp)の指数的な成長を考慮に入れて、それぞれの自然対数値(lpwr, lgdp)を変数として用いることにする。すなわち、 $(lpwr)_t = \beta_0 + \beta_1(temp)_t + \beta_2(lgdp)_t + \varepsilon_t$ というモデル（モデル）を推定モデルとする。また、電力需要に慣性がある可能性を考慮し、前年の電力需要(lpwr1)にも依存するモデル、

$$(lpwr)_t = \beta_0 + \beta_1(temp)_t + \beta_2(lgdp)_t + \beta_3(lpwr)_{t-1} + \varepsilon_t$$

（モデル）も推定することにしよう。なお、

$$(lpwr1)_t \equiv (lpwr)_{t-1}$$

である。また想定される係数の符号は、 $\beta_1, \beta_2 > 0$ である。

年	平均気温 (°C) temp	電力需要 (MWh) epwr	実質 GDP (10 億円) gdp
1963	27.7	2,040,232	94,724.0
1964	29.6	2,311,383	105,319.5
1965	28.3	2,435,208	111,294.3
1966	28.7	2,803,528	122,700.2
1967	29.2	3,256,401	136,300.2
1968	26.8	3,648,915	152,532.1
1969	28.1	4,174,350	170,764.5
1970	28.2	4,869,602	188,323.1
1971	27.4	5,154,637	196,588.9
1972	27.0	5,637,904	213,129.0
1973	28.8	6,431,758	230,248.8
1974	28.1	6,137,769	227,427.7
1975	27.7	6,389,734	234,458.7
1976	27.4	6,861,159	243,778.5
1977	27.8	7,275,438	254,481.2
1978	29.6	7,985,345	267,897.5
1979	29.1	7,944,478	282,588.9
1980	26.6	7,503,925	290,551.1
1981	27.4	8,274,886	299,762.6
1982	27.2	7,757,989	308,927.2
1983	29.4	8,721,052	316,100.7
1984	29.4	9,410,314	328,483.5
1985	29.2	9,966,056	342,950.3
1986	28.2	9,739,775	352,879.9
1987	28.7	10,383,080	367,555.7
1988	27.9	9,874,761	390,325.3
1989	28.0	10,805,938	409,183.5
1990	29.5	12,622,070	429,985.5
1991	28.1	12,509,973	446,315.1
1992	28.2	12,305,040	450,876.5
1993	26.6	11,580,175	452,281.5
1994	30.2	13,836,826	455,197.3
1995	30.3	13,820,544	461,893.5
1996	28.3	14,261,048	485,219.0
1997	28.5	13,484,291	492,954.2
1998	29.4	13,994,349	480,586.8
1999	29.1	13,735,475	481,561.8

2001 年度 エコノメトリックス

○分析 1

モデル を Minitab という統計ソフトで推定した結果は以下の通り。

Output-1

01/07/14 17:49:32					
Welcome to Minitab, press F1 for help.					
Regression Analysis: lepwr versus temp, lgdp					
The regression equation is lepwr = 0.874 + 0.0211 temp + 1.14 lgdp					
Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	0.8740	0.3099	2.82	0.008	
temp	0.021146	0.008990	2.35	0.025	
lgdp	1.14458	0.01821	62.86	0.000	
S = 0.05164 R-Sq = 99.2% R-Sq(adj) = 99.1%					
Analysis of Variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	11.0602	5.5301	2073.95	0.000
Residual Error	34	0.0907	0.0027		
Total	36	11.1509			
Source	DF	Seq SS			
temp	1	0.5226			
lgdp	1	10.5376			
Durbin-Watson statistic = 0.71					

これより、まず係数の符号条件は満たしていることがわかる。次に、係数に関する検定を行なうことにしよう。自由度 34 (= 37 - 3) の t 分布の上側 2.5% 臨界点は 2.032 である。したがって、 $|t| > 2.032$ であれば (両側検定で) 帰無仮説が有意水準 5% で棄却できる。上の結果から、全ての係数について帰無仮説 $\beta_i = 0$ を棄却。また、決定係数は 0.99 と 1 に近く、あてはまりの良いモデルであることがわかる。しかし、Durbin-Watson 統計量から、攪乱項に自己相関があることが窺える。というのも、数表より、標本数 37、定数項を除く説明変数の数が 2 の場合における Durbin-Watson 統計量の 5% 臨界値から $0.71 = d < d_L = 1.36$ となるので、有意水準 5% で、1 次の自己相関がないという帰無仮説が棄却される。

そこで、Cochrane-Orcutt 法で修正推定したのが、以下の結果である。(TSP による)

OUTPUT-2

Equation 3					
=====					
FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR					
Objective function: GLS2 (drop first obs.; conditional SSR)					
Grid search for starting value(s)					
Working space used: 1269					
STARTING VALUES					
	C	TEMP	LGDP	RHO	
VALUE	1.06708	0.031798	1.10556	0.70000	
F= -68.433	FNEW= -68.434	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.45784E-03	
F= -68.434	FNEW= -68.434	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.97160E-08	
F= -68.434	FNEW= -68.434	ISQZ= 1	STEP= 0.50000	CRIT= 0.23099E-16	
CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 3 ITERATIONS					

2001 年度 エコノメトリックス

6 FUNCTION EVALUATIONS.				
Dependent variable: LEPWR				
Current sample: 1964 to 1999				
Number of observations: 36				
Mean of dep. var. = 15.8480			Adjusted R-squared = .994557	
Std. dev. of dep. var. = .519811			Durbin-Watson = 2.16671	
Sum of squared residuals = .047065			Rho (autocorrelation coef.) = .697419	
Variance of residuals = .147079E-02			Schwarz B.I.C. = -61.2665	
Std. error of regression = .038351			Log likelihood = 68.4335	
R-squared = .995023				
Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
C	1.06227	.694448	1.52966	[.126]
TEMP	.031781	.545818E-02	5.82269	[.000]
LGDP	1.10597	.054445	20.3137	[.000]
RHO	.697419	.120629	5.78150	[.000]
Standard Errors computed from analytic second derivatives (Newton)				

これより、攪乱項に AR(1)モデル $\varepsilon_t = \phi\varepsilon_{t-1} + \eta_t$ を仮定したとき、係数は $\phi = 0.70$ と推定される。

モデル の推定結果は次の通り。

OUTPUT-3

Regression Analysis: lepwr versus temp, lgdp, lepwr1					
The regression equation is					
lepwr = 0.658 + 0.0255 temp + 0.631 lgdp + 0.414 lepwr1					
36 cases used 1 cases contain missing values					
Predictor	Coef	SE Coef	T	P	
Constant	0.6577	0.3012	2.18	0.036	
temp	0.025454	0.008000	3.18	0.003	
lgdp	0.6309	0.1524	4.14	0.000	
lepwr1	0.4144	0.1238	3.35	0.002	
S = 0.04515 R-Sq = 99.3% R-Sq(adj) = 99.2%					
Analysis of Variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	9.3919	3.1306	1535.86	0.000
Residual Error	32	0.0652	0.0020		
Total	35	9.4571			
Source	DF	Seq SS			
temp	1	0.3311			
lgdp	1	9.0379			
lepwr1	1	0.0228			
Durbin-Watson statistic = 1.59					

モデル 同様、モデル についても符号条件は合致しているし、有意水準 5% で係数は全て有意である。攪乱項の自己相関について、Durbin の h 統計量を計算すると、

$$h = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n \operatorname{var}(\beta_3)}} = \left(1 - \frac{1.59}{2}\right) \sqrt{\frac{36}{1 - 36 \times 0.1238^2}} = 1.8371$$

標準正規分布の上側 5% 臨界値は 1.64、上側 2.5% 臨界値は 1.96。よって有意水準 5% で、片側検定では帰無仮説 $H_0: \phi = 0$ を棄却できないが、両側検定では対立仮説 $H_1: \phi \neq 0$ を採択してしまうことになる。いま、 ϕ に関しては、その符号についての情報がないので、両側検定を行なうこと

2001 年度 エコノメトリックス にする。

修正推定は、操作変数法を用いる。以下は、TSP による操作変数推定の例である。

OUTPUT-4

Equation 4

=====

FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR

Objective function: GLS2 (drop first obs.; conditional SSR)

INSTRUMENTS: C TEMP LGDP LEPWR(-1) TEMP(-1) LGDP(-1) LEPWR(-2)

NOTE: Lagged dependent variable(s) present

Grid search for starting value(s)

*** WARNING in line 9 Procedure AR1: Missing values for series ==>

LEPWR(-1): 1, LEPWR(-1): 1, TEMP(-1): 1, LGDP(-1): 1, LEPWR(-2): 2

Working space used: 2577

STARTING VALUES

VALUE	C	TEMP	LGDP	LEPWR(-1)	RHO
	2.01813	0.034224	1.14742	-0.096533	0.70000

F= 0.13258E-02 FNEW= 0.12734E-02 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT= 0.47329E-01

F= 0.12734E-02 FNEW= 0.12725E-02 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT= 0.76887E-03

F= 0.12725E-02 FNEW= 0.12725E-02 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT= 0.52278E-07

F= 0.12725E-02 FNEW= 0.12725E-02 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT= 0.31143E-15

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 4 ITERATIONS

8 FUNCTION EVALUATIONS.

Dependent variable: LEPWR

Current sample: 1966 to 1999

Number of observations: 34

Mean of dep. var. = 15.9167

Std. dev. of dep. var. = .445997

Sum of squared residuals = .037207

Variance of residuals = .128300E-02

Std. error of regression = .035819

R-squared = .994334

Adjusted R-squared = .993552

Durbin-Watson = 2.22323

Rho (autocorrelation coef.) = .671301

E'PZ*E = .127253E-02

Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
C	1.88675	.853587	2.21037	[.027]
TEMP	.034306	.540329E-02	6.34909	[.000]
LGDP	1.14072	.138734	8.22235	[.000]
LEPWR(-1)	-.083231	.120781	-.689109	[.491]
RHO	.671301	.131985	5.08618	[.000]

Standard Errors computed from analytic second derivatives (Newton)

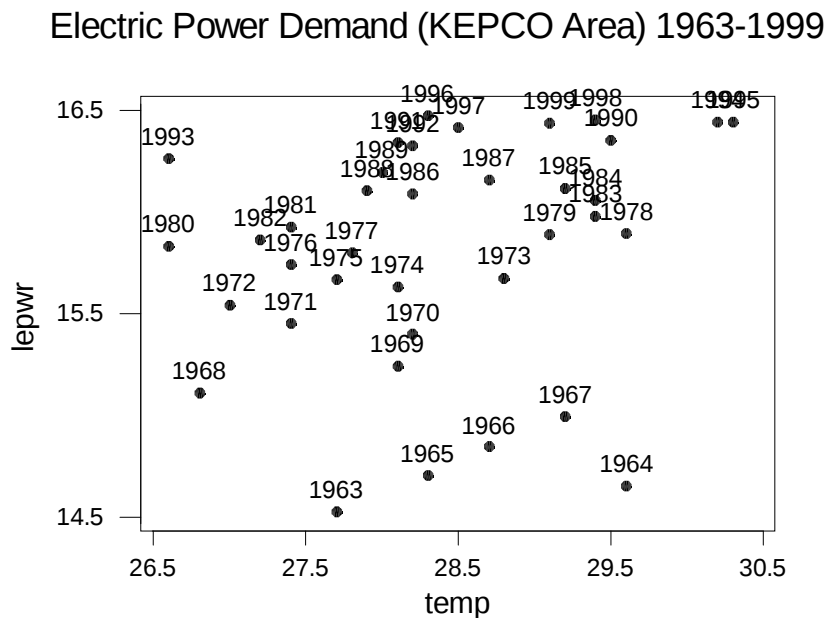
以上より、有意水準 5% で lepwr の 1 期ラグの係数が有意に 0 とは異なるという結果が得られるので、モデル は採用せず、最終的には、攪乱項の自己相関を考慮したモデル (OUTPUT-2) を採用する。

○分析 2

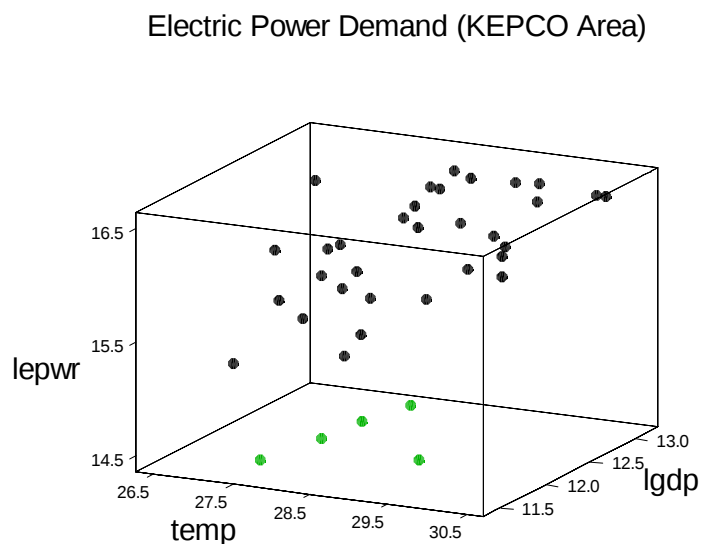
分析 1 では、1963 年から 1999 年までの 37 年について分析を行なった。しかし、エアコンが

2001 年度 エコノメトリックス

それほど普及していない 1960 年代をそのまま分析しているなど、データの吟味を欠いたままになっている。そこで、ここではもう少しデータを眺めてみることにしよう。下の図は、平均気温と対数電力需要をプロットした散布図である。



これより、1963 年から 1967 年までのデータはそれ以降のデータとビヘイビアが異なる可能性があることがわかる。また下の図は、上の図に対数実質 GDP を加えた 3 次元プロット図である。



これより、やはり 1963～1967 年の 5 年間のデータは同一平面状にないことがわかる。そこで、1968 年から 1999 年について、電力需要関数を推定することにしよう。

2001 年度 エコノメトリックス

モデル を推定した結果は以下の通り。

Output-5

Results for: Subset of Worksheet 1

Regression Analysis: lepwr versus temp, lgdp

The regression equation is
lepwr = 1.64 + 0.0396 temp + 1.04 lgdp

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1.6376	0.2662	6.15	0.000
temp	0.039581	0.007431	5.33	0.000
lgdp	1.04375	0.02174	48.02	0.000

S = 0.03761 R-Sq = 99.1% R-Sq(adj) = 99.0%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	4.4061	2.2031	1557.09	0.000
Residual Error	29	0.0410	0.0014		
Total	31	4.4472			

Source	DF	Seq SS
temp	1	1.1436
lgdp	1	3.2625

Unusual Observations

Obs	temp	lepwr	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
2	28.1	15.2445	15.3249	0.0145	-0.0804	-2.32R
21	27.9	16.1055	16.1798	0.0093	-0.0744	-2.04R

R denotes an observation with a large standardized residual

Durbin-Watson statistic = 1.11

係数の符号条件および、係数に関する検定の結果、有意水準 5%で全ての係数に関して帰無仮説 $\beta_i = 0$ を棄却。(自由度 29 (= 32 - 3) の t 分布の上側 2.5%臨界点は 2.045 である。) 決定係数は 0.99 と 1 に近く、あてはまりの良いモデルであることがわかる。しかし、分析 1 と同様に Durbin-Watson 統計量から、攪乱項に自己相関があることが窺える。というのも、数表より、標本数 32、定数項を除く説明変数の数が 2 の場合における Durbin-Watson 統計量の 5%臨界値から $1.11 = d < d_L = 1.309$ となるので、有意水準 5%で、1 次の自己相関がないという帰無仮説が棄却される。

そこで、Cochrane-Orcutt 法で修正推定したのが、以下の結果である。(TSP による)

OUTPUT-6

Equation 7 =====					
FIRST-ORDER SERIAL CORRELATION OF THE ERROR					
Objective function: GLS2 (drop first obs.; conditional SSR)					
Grid search for starting value(s)					
Working space used: 1149					
STARTING VALUES					
VALUE	C	TEMP	LGDP	RHO	
	1.92169	0.038405	1.02420	0.40000	
F= -63.004	FNEW= -63.015	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.21934E-01	
F= -63.015	FNEW= -63.015	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.25218E-05	
F= -63.015	FNEW= -63.015	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.64669E-12	
CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 3 ITERATIONS					

2001 年度 エコノメトリックス

6 FUNCTION EVALUATIONS.				
Dependent variable: LEPWR				
Current sample: 1969 to 1999				
Number of observations: 31				
Mean of dep. var. = 16.0070		Adjusted R-squared = .990569		
Std. dev. of dep. var. = .349650		Durbin-Watson = 1.96879		
Sum of squared residuals = .031137		Rho (autocorrelation coef.) = .423263		
Variance of residuals = .115320E-02		Schwarz B.I.C. = -56.1470		
Std. error of regression = .033959		Log likelihood = 63.0150		
R-squared = .991512				
Parameter	Estimate	Standard Error	t-statistic	P-value
C	1.93472	.433072	4.46744	[.000]
TEMP	.038425	.592011E-02	6.49054	[.000]
LGDP	1.02314	.033854	30.2222	[.000]
RHO	.423263	.157024	2.69553	[.007]
Standard Errors computed from analytic second derivatives (Newton)				

これより、攪乱項に AR(1)モデル $\varepsilon_t = \phi\varepsilon_{t-1} + \eta_t$ を仮定したとき、係数は $\phi = 0.42$ と推定される。
 モデル の推定結果は次の通り。

OUTPUT-7

Regression Analysis: lepwr versus temp, lgdp, lepwr1

The regression equation is
lepwr = 1.34 + 0.0398 temp + 0.729 lgdp + 0.268 lepwr1

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	1.3431	0.2648	5.07	0.000
temp	0.039806	0.006736	5.91	0.000
lgdp	0.7288	0.1182	6.17	0.000
lepwr1	0.26841	0.09934	2.70	0.012

S = 0.03409 R-Sq = 99.3% R-Sq(adj) = 99.2%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	4.4146	1.4715	1266.04	0.000
Residual Error	28	0.0325	0.0012		
Total	31	4.4472			

Source	DF	Seq SS
temp	1	1.1436
lgdp	1	3.2625
lepwr1	1	0.0085

Unusual Observations

Obs	temp	lepwr	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
21	27.9	16.1055	16.1736	0.0087	-0.0682	-2.07R

R denotes an observation with a large standardized residual

Durbin-Watson statistic = 1.98

モデル 同様、モデル についても符号条件は合致しているし、有意水準 5%で係数は全て有意である。攪乱項の自己相関について、Durbin の h 統計量を計算すると、

$$h = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n \text{var}(\beta_3)}} = \left(1 - \frac{1.98}{2}\right) \sqrt{\frac{32}{1 - 32 \times 0.09934^2}} = 0.06838$$

2001 年度 エコノメトリックス

標準正規分布の上側 5%臨界値は 1.64、上側 2.5%臨界値は 1.96。よって有意水準 5%で、片側検定でも、両側検定でも帰無仮説 $H_0: \phi = 0$ を棄却できない。

以上の推定結果から、モデル とモデル のどちらを選択するかが問題となるが、モデルの単純化基準（パラメータの少ない方がよいとする基準）から、攪乱項の自己相関を考慮したモデル（**OUTPUT 6**）を採用する。