

エコノメトリックスII/上級エコノメトリックス 03 宿題3

2003年11月14日

次の問に答えなさい。

1. 対称行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{pmatrix}$$

を固有値分解 $A = Z\Lambda Z'$ し、 Z および Λ を求めなさい。ただし、

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

であり、 $\lambda_1 \geq \lambda_2$ とする。

また、 $Z'Z = ZZ' = I$ となること、および $\Lambda^{-1/2}ZAZ'\Lambda^{-1/2} = I$ となることを確認しなさい

2. AR(1) 構造をもつ攪乱項 ϵ の分散共分散行列が

$$E(\epsilon\epsilon') = \eta^2 \frac{1}{1-0.25} \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.25 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} = \eta^2 \Omega$$

で表される時、固有値分解 $\Omega = Z\Lambda Z'$ し、 Z および Λ を求めなさい。ただし、

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

であり、 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ とする。

また、

$$\Lambda^{-1/2}Z = \begin{pmatrix} \sqrt{1-0.25} & 0 & 0 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

および $\Lambda^{-1/2}Z\Omega Z'\Lambda^{-1/2} = I$ となることを確認しなさい