

エコノメトリックスII/上級エコノメトリックス 03 宿題4

2003年12月17日

Q1

y_i ($i = 1, \dots, n$) は、互いに独立な、成功確率が p である Bernoulli 分布に従うものとする。このとき、次の問に答えなさい。

1. 対数尤度関数 $\log L(p; y_1, \dots, y_n)$ を求めなさい。

2. p の最尤推定量 \hat{p} を求めなさい。

3. 情報行列

$$I(p) = -E \frac{\partial^2 \log L(p)}{(\partial p)^2}$$

を求めなさい。

4. $n = 100$ 、 $\sum_{i=1}^n y_i = 45$ であるとき、帰無仮説を $H_0 : p = 0.3$ 、対立仮説を $H_0 : p \neq 0.3$ として、尤度比検定を行いなさい。

5. 上と同じ状況で、Wald 検定を行いなさい。

Q2

z_i ($i = 1, \dots, n, n+1, \dots, n+m$) は、互いに独立な Bernoulli 分布に従う確率変数である。但し、 $i = 1, \dots, n$ では成功確率が p 、 $i = n+1, \dots, n+m$ では成功確率が q であるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

1. 対数尤度関数 $\log L(p; y_1, \dots, y_{n+m})$ を求めなさい。

2. $n = 100$ 、 $m = 50$ 、 $\sum_{i=1}^n y_i = 45$ 、 $\sum_{i=n+1}^{n+m} y_i = 30$ であるとき、帰無仮説を $H_0 : 2p = q$ 、対立仮説を $H_0 : 2p \neq q$ として、尤度比検定を行いなさい。
3. 上と同じ状況で、Wald 検定を行いなさい。
4. 上と同じ状況で、ラグランジェ乗数検定を行いなさい。