## 第11回 5月27日の授業内容

- §4. 確率変数と確率分布
  - §4.4 確率分布とその代表値
    - 平均
    - 分散
    - 数学的期待値
    - 標準化
    - 確率変数の独立性
    - 条件付期待値
    - モーメント

5/27/03 1

## §4.4 確率分布とその代表値(2)

- **平均** mean
  - 離散型確率変数の場合

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_{i=1}^{m} x_i \times p(x_i)$$

  - 連続型確率変数の場合

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx$$

5/27/03 2

## §4.4 確率分布とその代表値(3)

- **分散** variance
  - 離散型確率変数の場合

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(X) &= \mathrm{E}\{(X-\mathrm{E}(X))^2\}\\ &= (x_1-\mu)^2 p(x_1) + \cdots + (x_m-\mu)^2 p(x_m)\\ &= \sum_{i=1}^{m} (x_i-\mu)^2 p(x_i)\end{aligned}$$

5/27/03 3

## §4.4 確率分布とその代表値(4)

◈**分散** variance (続)

- 連続型確率変数の場合

$$\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}\{(X - \mathrm{E}(X))^2\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx$$

- (注意) 連続型確率変数では、分布の裾が厚いと分散を持たないこともある。

5/27/03 4

## §4.4 確率分布とその代表値(5)

◈**数学的期待値** mathematical expectation

- 一般に確率変数*X*の関数*g(X)*の期待値 (数学的期待値) をE(*g(X)*)とかき、次のように定義する
- 離散 $E(g(X)) = \sum_{i=1}^{m} g(x_i)\, p(x_i)$
- 連続 $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\, f(x)\, dx$

5/27/03 5

## §4.4 確率分布とその代表値(6)

◈**期待値の性質**

- (1) *X*≧0であれば E(*X*)≧0
- (2) E(a)=a aは定数
- (3) E(a*X*+b)=aE(*X*)+b a,bは定数
- (4) E(a*X*+c*Y*)=aE(*X*)+cE(*Y*) a,cは定数
- (5) |E(X)|≦E|X|
- (6) Var(aX+b)=$a^2$Var(X)
- (7) E(*g*(*X*))≠*g*(E(*X*))

5/27/03 6

## §4.4 確率分布とその代表値(7)

◈標準化

- 平均μ、分散σ²をもつ確率変数$X$を変形することで、平均0、分散1の確率変数を作ること。

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$\mathrm{E}(Z) = 0$$

$$\mathrm{Var}(Z) = 1$$

5/27/03 7

## §4.4 確率分布とその代表値(8)

◈確率変数の独立性

- 事象の独立性と同様に、確率変数の独立性も定義できる。確率変数$X, Y$が独立であるとき、以下が成立する。
- 離散型

$$\mathrm{P}(X = x, Y = y) = \mathrm{P}(x, y) = \mathrm{P}(x)\mathrm{P}(y)$$

- 連続型

$$f(x, y) = g(x)h(y)$$

5/27/03 8

## §4.4 確率分布とその代表値(9)

◈確率変数の独立性 (続)

- 性質

確率変数$X$, $Y$が独立であるとき、

$\mathrm{E}(XY)=\mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$

が成立する。

5/27/03 9