

第13回 6月3日の授業内容

- ◆ § 4. 確率変数と確率分布
 - § 4.5 基本的な確率分布
 - § 4.5.1 二項分布
 - § 4.5.2 一様分布
 - § 4.5.3 正規分布
 - 定義
 - 標準正規分布
 - 標準正規分布表
 - 正規分布の性質
 - 再生性
 - 関連する確率分布 (カイ2乗分布, t分布)

6/3/03

1

§ 4.5 基本的な確率分布

§ 4.5.1 二項分布 binomial distribution

- ◆ 離散型確率変数のひとつ
- ◆ ベルヌーイ試行 Bernoulli trial

結果が二つしかない実験のこと。
 コイン投げや「あたり」と「はずれ」しかない籤
 (くじ: lotto) 引きがこれに相当する。

 - ◆ 確率関数: $P(X=1)=p, P(X=0)=1-p$
 - ◆ まとめて $P(X=x) = p^x(1-p)^{1-x}$

6/3/03

2

§ 4.5.1 二項分布(2)

- ◆ コイン投げをn回行うという実験
- ⇕
- ◆ 独立なベルヌーイ試行をn回行うという実験
- ◆ 試行をn回行ったときに「あたり」の出る数Xは確率変数であり、次の確率関数にしたがう。

$$P(X=x) = P(x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x}$$

6/3/03

3

§ 4.5.1 二項分布(3)

◆二項分布の確率関数は二項展開の係数(二項係数)になっていることに注意!!

$$\begin{aligned}\sum_{x=0}^n P(X=x) &= \sum_{x=0}^n {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \\ &= (p + (1-p))^n \\ &= 1\end{aligned}$$

6/3/03

4

§ 4.5.1 二項分布(4)

◆二項分布の確率関数は n, p 2つのパラメータ(母数)に依存していることがわかる。そこで、特に確率変数 X の分布が二項分布である場合(このことを確率変数 X が二項分布にしたがうと言う)、

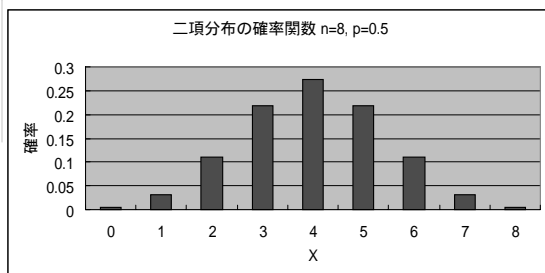
$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

のように表す。

6/3/03

5

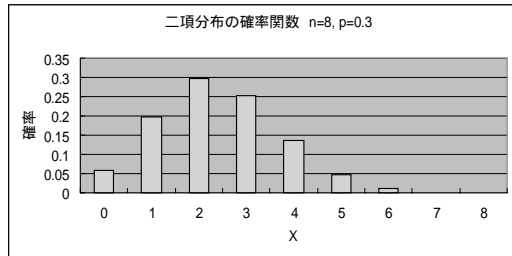
§ 4.5.1 二項分布(5)



6/3/03

6

§ 4.5.1 二項分布(6)



6/3/03

7

§ 4.5.1 二項分布(7)

- ◆二項分布 $X \sim \text{Bin}(n, p)$ の平均、分散
- ◆平均
 - $E(X) = np$
- ◆分散
 - $\text{Var}(X) = np(1-p)$

6/3/03

8

§ 4.5.2 一様分布

- ◆連続型確率変数のひとつ
- ◆ストップウォッチの例のように、すべてのとりうる実数値が等可能性で出現



◆分布関数:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$

6/3/03

9

§ 4.5.2 一様分布(2)

◆確率密度関数:

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{b-a}$$

◆平均:

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \left[\frac{x^2}{2(b-a)} \right]_a^b = \frac{a+b}{2}$$

◆分散:

$$\text{Var}(X) = \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2} \right)^2 f(x)dx = \frac{(b-a)^2}{12}$$

6/3/03

10
