第17回 6月18日の授業内容

- ◈ §6. 母数の推定
  - §6.1 推定量:種類と性質
  - §6.2 点推定
    - §6.2.1 母平均の推定
    - §6.2.2 母分散の推定

6/18/03 1

§6. 母数の推定

§6.1 推定量estimator:種類と性質

- 主観的推論と統計的推論
  - 統計的推論=標本データに基づく推論
- 統計量に基づく推定=推定量
  - 標本データに基づく推論⇔標本データの関数
    ⇩
  - 統計量を推定量として採用

6/18/03 2

§6.1 推定量:種類と性質(2)

◈推定法:

- 点推定 point estimation
  母数の値そのものを当てる
- 区間推定 interval estimation
  母数の値の範囲を当てる←信念の程度

6/18/03 3

§6.1 推定量:種類と性質(3)

◈推定量の「良さ」の基準

- 不偏性 unbiasness
- 一致性 consistency
- 効率性 efficiency

6/18/03 4

§6.2 点推定

◈ §6.2.1 母平均の推定

同一母集団からのランダム標本、$X_1,\ldots,X_n$から母集団の平均μを点推定する。

- 推定量(1):算術平均 $\hat{\mu} = \bar{X}_n$

$$\mathrm{E}(\hat{\mu}) = \mu, \quad \mathrm{Var}(\hat{\mu}) = \sigma^2 / n$$

- 不偏性、一致性を満たす。
- 後述のように効率性も満たす。

6/18/03 5

§6.2.1 母平均の推定(2)

◈推定量(2):加重平均

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{n} w_i X_i, \qquad \text{ただし} \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$\mathrm{E}(\hat{\mu}) = \sum_{i=1}^{n} w_i \mathrm{E}(X_i) = \mu \sum_{i=1}^{n} w_i = \mu$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\mu}) = E\left((\hat{\mu} - \mu)^2\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 E\left((X_i - \mu)^2\right) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} w_i^2$$

6/18/03 6

§6.2.1 母平均の推定(3)

◈**推定量**(2)**:加重平均(続)**

- **推定量の分散が最小になるウエイト**w_i

⇩

$w_1=w_2=\ldots=w_n=1/n$ **のとき分散が最小**

- **算術平均は効率性を満たす推定量**
  最良線形不偏推定量 Best Linear Unbiased Estimator

6/18/03 7

§6.2.2 母分散の推定

◈**①母平均μが既知の場合**

- **推定量**

$$\breve{\sigma}^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\mu)^2}{n}$$

- **不偏性、一致性は満たす**

$$\mathrm{E}(\breve{\sigma}^2)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{E}(X_i-\mu)^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2=\sigma^2$$

$$\mathrm{Var}(\breve{\sigma}^2)=\frac{1}{n}(\mu_4-\sigma^4)$$

6/18/03 8

§6.2.2 母分散の推定(2)

◈**②母平均μが未知の場合**

- **推定量**(1)

$$\tilde{\sigma}^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\overline{X}_n)^2}{n}$$

推定量として標本平均(標本の算術平均)を採用。

6/18/03 9

§6.2.2　母分散の推定(3)

- 推定量(1) （続）
  - 不偏性は満たさないが、一致性は満たす。

$$\mathrm{E}(\tilde{\sigma}^2)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{E}(X_i-\overline{X}_n)^2=\frac{n-1}{n}\sigma^2$$

$$\mathrm{Var}(\tilde{\sigma}^2)=\frac{\mu_4-\sigma^4}{n}-\frac{2(\mu_4-2\sigma^4)}{n^2}+\frac{\mu_4-3\sigma^4}{n^3}$$

6/18/03 10

§6.2.2　母分散の推定(4)

◈②母平均μが未知の場合 （続）

- 推定量(2)

$$\hat{\sigma}^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\overline{X}_n)^2}{n-1}$$

  - 不偏性、一致性を満たす。

$$\mathrm{E}(\hat{\sigma}^2)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{E}(X_i-\overline{X}_n)^2=\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\sigma^2-\sigma^2\right)=\sigma^2$$

6/18/03 11