第20回 7月1日の授業内容

- §6. 母数の推定
  - §6.3 区間推定
    - §6.3.3 母平均の推定 (分布、母分散共に未知)
  - §6.4 最尤法
    - §6.4.1 尤度関数
    - §6.4.2 最尤推定量

7/1/03 1

§6.3.3 母平均の推定 (分布、母分散共に未知)

- §6.3.2 では $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ で、かつσ^2が未知と仮定。
- しかし、実際には、X_i の分布が正規分布であることは稀。
- 中心極限定理 (CLT) より、n→∞のとき、標準化した $\bar{X}_n$ 、すなわち $(\bar{X}_n - \mu)\big/\sqrt{\sigma^2/n}$ が標準正規分布に従うことを用いて区間推定を行う。

7/1/03 2

§6.3.3 母平均の推定 (分布、母分散共に未知) (2)

- だが、問題なのはσ^2が未知であること。
- 推定量 $\hat{\sigma}^2$ が一致推定量であれば、CLTが成立するような標本数n→∞のとき、$\hat{\sigma}^2 \to \sigma^2$ となる。
- $\hat{\sigma}^2$ を σ^2 とみなして、母分散が既知のときと同様に推定する。

7/1/03 3

§6.3.3 母平均の推定
(分布、母分散共に未知) (3)

【結論】
- 分布が未知の時の母平均の区間推定は、中心極限定理に基づく、大標本近似による推定。
- 近似の誤差
  - 真の分布を標準正規分布で近似したときの誤差
  - σ^2 を推定量 $\hat{\sigma}^2$ で近似したときの誤差

7/1/03 4

§6.4 最尤法

◈§6.4.1 尤度関数
- 今まで紹介してきた推定量
  推定に際して確率変数の分布の情報を用いていない。
  ⇒ 確率変数の分布の情報を用いれば、さらに「良い」推定量が得られる可能性がある。
- 確率変数の分布に関する情報
  - 確率密度関数 (連続型の場合)
  - 確率関数 (離散型の場合)

7/1/03 5

§6.4.1 尤度関数(2)

◈確率密度関数
- パラメータを所与として、ある値がどのくらいの「確からしさ」で出現するかを示したもの。
- 例:正規分布
  - 平均μ、分散σ^2を決めたときに、xという値がどの程度出現するかを示した関数

$$f(x\,|\,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

7/1/03 6

§6.4.1 尤度関数(3)

- 確率密度関数→標本を抽出するときの「事前」の関係を示したもの。
- 標本が抽出されてしまった「事後」の状態をどう表すか?

- 同じ形の関数を、データを所与として、パラメータがある値となったときに、どの程度「尤もらしい」かを示した関数と読み替える。⇒ 尤度(ゆうど)関数

7/1/03 7

§6.4.1 尤度関数(4)

- **尤度関数** likelihood function
- 正規分布の例:データxを所与としたときに、どのようなμ,σ²がもっともらしいかの程度を表している。

$$L(\mu,\sigma^2 \mid x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

7/1/03 8