

第21回 7月2日の授業内容

- ◆ § 6.4 最尤法
 - § 6.4.2 最尤推定量
- ◆ § 7. 母数の検定
 - § 7.1 仮説検定の基礎概念

7/2/03

1

§ 6.4.2 最尤推定量

Maximum Likelihood Estimator

- ◆ 尤度を最大とするパラメータの推定量
= 確率変数の分布情報を用いた推定量



最尤推定量

- ◆ 同じ確率分布にしたがうn個の独立な標本の尤度 n個の尤度関数の積

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = L(x_1) \cdots L(x_n)$$

7/2/03

2

§ 6.4.2 最尤推定量 (2)

- ◆ 最尤推定量

$$\max L(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

を満たす θ で与えられる。

- ◆ 例: x_1, x_2 が互いに独立に $N(\mu, 1)$ にしたがう場合

- 尤度関数

$$L(\mu | x_1, x_2) = L(\mu | x_1) \times L(\mu | x_2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_1 - \mu)^2}{2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x_2 - \mu)^2}{2}\right)$$

7/2/03

3

§ 6.4.2 最尤推定量 (3)

◆ 最大化の1階の条件: $\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0$

◆ しかし、指数関数の微分は面倒。

- 尤度の最大化ではなく、対数尤度の最大化を考える。

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu} = \frac{\partial \log L}{\partial L} \times \frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{1}{L} \times \frac{\partial L}{\partial \mu} = 0$$

7/2/03

4

§ 6.4.2 最尤推定量(4)

◆ 対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \log L(\mu | x_1, x_2) &= \log L(\mu | x_1) + \log L(\mu | x_2) \\ &= -\log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (x_i - \mu)^2 \end{aligned}$$

と表現できる。

7/2/03

5

§ 6.4.2 最尤推定量(5)

◆ 対数尤度関数 $\log L$ を μ で偏微分すると

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 2(-1)(x_i - \mu) = 0$$

これより1階の条件を満たす μ を $\hat{\mu}$ であらわすと、

$$\hat{\mu} = \frac{x_1 + x_2}{2}. \quad \text{この場合、最尤推定量は算術平均に一致する。}$$

7/2/03

6

§ 7.1 仮説検定の基礎概念

◆統計的検定

- 標本データに基づき、或る説についての判断を行うこと。

↓

- 「或る説」 「仮説」
- 「判断」 「シロ」か「クロ」か
 「信念の程度」を伴う

7/2/03 7

§ 7.1 仮説検定の基礎概念(2)

◆仮説 (hypothesis) の設定

- まず、以下の二つの排反する仮説を構成する。
- 帰無仮説 null hypothesis
 - 「無に帰したい」= 「否定したい」仮説
- 対立仮説 alternative hypothesis
 - 帰無仮説と排反する仮説 = 「どちらかといえば肯定したい」仮説

7/2/03 8

§ 7.1 仮説検定の基礎概念(3)

◆検定統計量

仮説の真偽の判断基準となる統計量

- 帰無仮説が正しいときの統計量の分布
- 対立仮説が正しいときの統計量の分布

を求め、その二つの分布と、実際に得られた統計量の値から仮説の真偽を判断。

↓

統計的検定

7/2/03 9

§ 7.1 仮説検定の基礎概念(4)

◆ 有意水準 significance level

- 帰無仮説が単純であっても、対立仮説が単純でない (= 複合仮説) である場合には、対立仮説の起こる可能性の評価が事実上不可能。



- 帰無仮説の真偽についての「信念の程度」を予め決めておく。 有意水準
 - 慣例として10%、5%、1%を設定。
 - 有意水準 = 帰無仮説が正しいときに誤って棄却 (= 否定) してしまう確率 「信念の程度」

7/2/03

10
