2003 年度　統計　理解のために試験問題　解答

(by TA 各務和彦 & 竹内)

Q1　：記述統計の諸統計量を求める問題

(1) 平均を求めなさい。

$$\frac{10+15+120+30+5+60+90+45+5+20}{10}=\frac{400}{10}=40$$

(答)40 分

(2) 分散を求めなさい：記述統計の分散であるから、偏差 2 乗和を標本数で割る。

$$\frac{(10-40)^2+(15-40)^2+(120-40)^2+(30-40)^2+(5-40)^2+(60-40)^2+(90-40)^2+(45-40)^2+(5-40)^2+(20-40)^2}{10}$$

$$=\frac{13800}{10}=1380$$

(答)1380

(3) メディアン(中央値)を求めなさい

この場合、標本数が偶数(10)であることから、メディアン(中央値)は $\dfrac{\textbf{5番目の値＋6番目の値}}{2}$

となる。よって、$\dfrac{20+30}{2}=25$ (答)25 分

(4) 標準偏差を求めなさい

分散を σ^2 で表せば、標準偏差は分散の正の平方根 $\sigma=\sqrt{\sigma^2}$ であることから、

$$\sigma=\sqrt{1380}=37.15$$

(答)37.15

(5) レインジを求めなさい

レインジは最大値から最小値を引いたものであるから、$120-5=115$ (答)115 分

Q2

(6) E （不偏性）

(7) B （効率性）

一致性とは標本数が無限大になったときに、標本平均が母集団の平均に一致する性質です。(6)で問われていることは、推定量の期待値が母数に一致する性質ですので、答は不偏性です。

Q3

(8) $P(X < 5.8)$を求めなさい

$$\begin{aligned} P(X < 5.8) &= P\left(\frac{X-4}{3} < \frac{5.8-4}{3}\right) \\ &= P(Z < 0.6) \\ &= 0.7257 \end{aligned}$$

(答)0.7257

(9) $P(0.5 < X \le 9.2)$を求めなさい

$$\begin{aligned} P(0.5 < X \le 9.2) &= P\left(\frac{0.5-4}{3} < \frac{X-4}{3} \le \frac{9.2-4}{3}\right) \\ &= P(-1.17 < Z \le 1.73) \\ &= P(Z \le 1.73) - P(Z \le -1.17) \\ &= P(Z \le 1.73) - \{1 - P(Z < 1.17)\} \\ &= 0.9582 - (1 - 0.8790) \\ &= 0.8372 \end{aligned}$$

(答)0.8372

(10) $P(|X| < 6)$を求めなさい。

$$\begin{aligned} P(|X| < 6) &= P(-6 < X < 6) \\ &= P\left(\frac{-6-4}{3} < \frac{X-4}{3} < \frac{6-4}{3}\right) \\ &= P(-3.33 < Z < 0.67) \\ &= P(Z < 0.67) - \{1 - P(Z < 3.33)\} \\ &= 0.7486 - (1 - 0.9990) \\ &= 0.7476 \end{aligned}$$

(答)0.7476

（注）標準正規分布表に$P(Z < 3.33)$の値がありませんでした。代わりに、$P(Z < 3.09)$の値を用いています。

Q4

(11) $W \sim U(2, 6)$に従うとき、

$$\begin{aligned} E(W^2 + 3W) &= \int_2^6 \frac{1}{4}(W^2 + 3W)dW \\ &= \left[\frac{1}{12}W^3 + \frac{3}{8}W^2\right]_2^6 \\ &= \left(18 + \frac{27}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{63}{2} - \frac{13}{6} = \frac{189-13}{6} \\ &= \frac{88}{3} \end{aligned}$$

(答)$\frac{88}{3}$

Q5

(12)一段階目、二段階目ともに「あたり」の出る確率を求めなさい

一段目が「あたり」である事象を A、二段目が「あたり」である事象を B であらわすと、積事象 A∩B の起きる確率は、P(A∩B)＝P(B｜A) P(A)で求められる。

$0.7 \times 0.4 = 0.28$ (答)0.28

(13)二段階目のくじが「はずれ」である確率を求めなさい。

二段目のくじが「はずれ」である事象は、$\{A^C \cap B^C\}$ と $\{A \cap B^C\}$ の和事象。これら 2 つの事象は互いに排反であるから、

$$
\begin{aligned}
P(B^C) &= P(A^C \cap B^C) + P(A \cap B^C) \\
&= P(B^C \mid A^C)P(A^C) + P(B^C \mid A)P(A) \\
&= 0.8 \times (1 - 0.4) + (1 - 0.7) \times 0.4 = 0.6
\end{aligned}
$$

(答)0.6

(14)二段階目の「あたり」くじに 2,000 円、「はずれ」くじに 300 円の当選金が支払われるとき、二段階目の当選金の期待値を求めなさい。

$(1 - 0.6) \times 2000 + 0.6 \times 300 = 800 + 180 = 960$ (答)960 円

(15)二段階目に「あたりが出たときに、一段階目が「はずれ」である確率を求めなさい。

ベイズの定理より、

$$
\begin{aligned}
P\left(A^C \mid B\right) &= \frac{P(A^C \cap B)}{P(B)} \\
&= \frac{P\left(B \mid A^C\right)P\left(A^C\right)}{P\left(B \mid A^C\right)P\left(A^C\right) + P\left(B \mid A\right)P\left(A\right)} \\
&= \frac{0.2 \times (1 - 0.4)}{0.2 \times (1 - 0.4) + 0.7 \times 0.4} = \frac{0.12}{0.4} \\
&= 0.3
\end{aligned}
$$

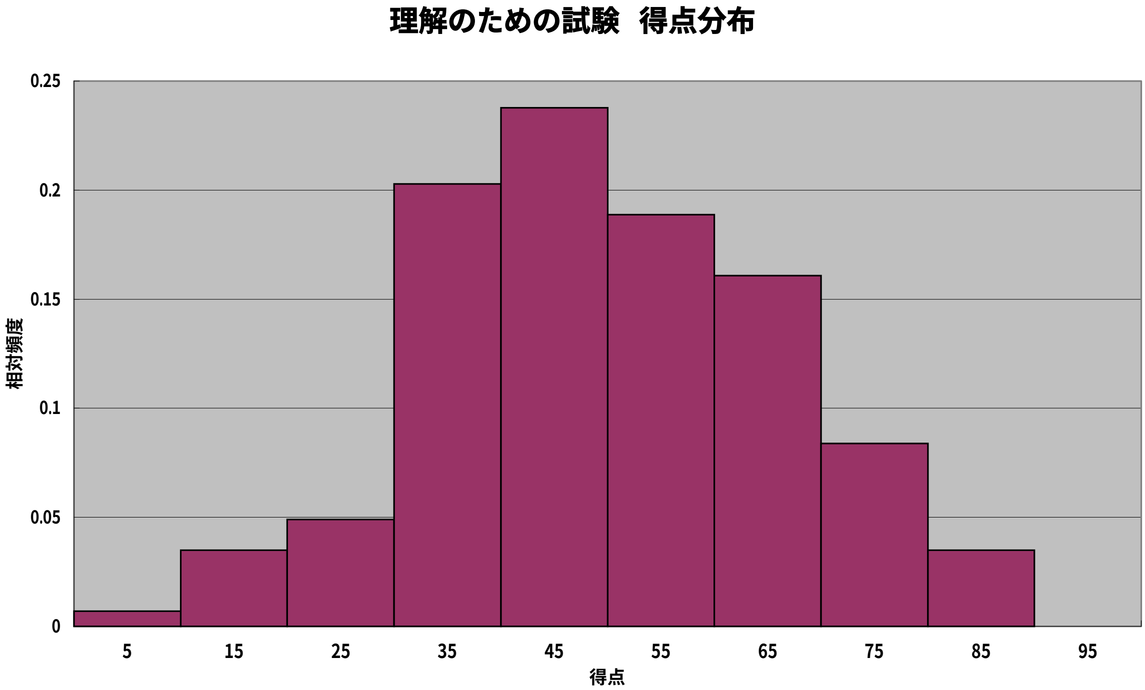
（答）0.3

（別解）

$$
\begin{aligned}
P\left(A^C \mid B\right) &= \frac{P(A^C \cap B)}{P(B)} \\
&= \frac{P\left(B \mid A^C\right)P\left(A^C\right)}{1 - P(B^C)} \\
&= \frac{0.2 \times (1 - 0.4)}{(1 - 0.6)} = \frac{0.12}{0.4} \\
&= 0.3
\end{aligned}
$$

【講評】（by　竹内）

(1)〜(5)を各 6 点、(6)〜(15)を各 7 点として配点（100 点満点）。受験者 143 人の得点結果は、平均 49.18 点、標準偏差 15.92 点。分布は下図のとおり。



各問の正答率は下表のとおり。

問 No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
正答率	**96.5%**	**21.7%**	**61.5%**	**14.0%**	**86.7%**	**18.9%**	**27.3%**	**73.4%**
問 No.	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	
正答率	**44.8%**	**11.2%**	**16.8%**	**90.2%**	**77.6%**	**67.1%**	**35.0%**	

次に各問について講評することにしよう。全体として、統計学用語の定義をしっかり理解していないのではないか、という印象を強くもった。(2)は、記述統計の分散ではなく、母分散の<u>不偏推定量</u>を答えているものが多かった。(2), (4)の正答率の悪さは、電卓を持参していなかったことによるものと想像できるが、それにしても正答率が悪すぎる。各自十分に復習していただきたい。(6), (7)は穴埋め問題であるが、正答率が非常に低かった。用語の定義についての理解をしっかりして欲しい。(11)の積分計算は意外と出来ていなかった。確率変数の関数の期待値についての定義を理解していないとしか考えられない。(12)〜(14)のベイズの定理に関する問題は、その正答率から理解度は高いと考えられる。

総合的に判断すると、この試験の得点が 60 点以下の受講者が単位を取得するためは、夏休み中に講義ノートや教科書できちんと復習する必要があると思われる。特に 40 点以下の受講者は相当な努力が必要であることを、肝に念じて欲しい。