

エコノメトリックスIII 期末試験

2006年2月3日

注意事項

提出は2006年2月6日午後5時までに竹内メールボックスに投函すること。郵送および電子メールの場合は日本時間で2月6日午後5時までの消印を有効とする。

Q. 1

DGP が以下の式で与えられる三変量の時系列モデルを考える。

$$y_{1,t} = 1.8y_{1,t-1} - 0.2y_{2,t-1} + 0.7y_{3,t-1} + \epsilon_{1,t}$$

$$y_{2,t} = 1.5y_{2,t-1} - 0.5y_{3,t-1} + \epsilon_{2,t}$$

$$y_{3,t} = y_{3,t-1} + \epsilon_{3,t}$$

$$\text{where } \epsilon_t \equiv \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t} \\ \epsilon_{2,t} \\ \epsilon_{3,t} \end{pmatrix} \sim \text{WN} \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{pmatrix} \right)$$

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) 1回階差をとった時系列

$$\Delta \mathbf{y}_t = \begin{pmatrix} \Delta y_{1,t} & \Delta y_{2,t} & \Delta y_{3,t} \end{pmatrix}'$$

でDGPを表現しなさい。

- (2) $\Delta \mathbf{y}_t$ をVMA表現

$$\Delta \mathbf{y}_t = \Theta(L)\epsilon_t$$
$$\text{where } \Theta(L) \equiv \mathbf{I} + \Theta_1 L + \Theta_2 L^2 + \dots$$

で表すとき、 Θ_j , ($j = 1, \dots$) はどのような行列になるか。また $\Theta(1)$ はどのような行列になるか。

- (3) このDGPを誤差修正モデルの形に書き換えなさい。
(4) このDGPが共和分(cointegrating)プロセスであるか否かを理由を示して答えなさい。また共和分プロセスであるばあいには、共和分ベクトルの個数と具体形も示しなさい。

Q. 2

二変量の VAR(2) モデル

$$\mathbf{y}_t = \begin{pmatrix} 1.2 & 0 \\ 0.8 & 1.6 \end{pmatrix} \mathbf{y}_{t-1} + \begin{pmatrix} -0.4 & 0 \\ -0.5 & 0.2 \end{pmatrix} \mathbf{y}_{t-2} + \boldsymbol{\epsilon}_t$$

where $\mathbf{y}_t = (y_{1,t}, y_{2,t})'$

$$\boldsymbol{\epsilon}_t \sim \text{WN} \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 2.5 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

を考える。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) このプロセスは共分散定常であるか、理由と共に答えなさい。
- (2) インパルス応答関数 $\frac{\partial \mathbf{y}_{t+s}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}_t}$ を $s = 1, 2, 3$ について求めなさい。
- (3) 攪乱項ベクトル $\boldsymbol{\epsilon}_t$ を

$$\boldsymbol{\epsilon}_t = \mathbf{A} \mathbf{u}_t$$

where $\mathbf{u}_t \sim \text{WN} \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$

で表すとき、 \mathbf{A} を求めなさい。

- (4) \mathbf{y} の s 期先予測 ($s = 1, 2$) の平均 2 乗誤差を分散分解しなさい。