

エコノメトリックスII 宿題解答例(12)

2008 年 1 月 30 日

Q. 7.24

(7.89) の回帰式における誤差項ベクトルは

$$\begin{aligned} P_D y - P_D X \beta &= P_D (X \beta + v + \varepsilon) - P_D X \beta \\ &= P_D (v + \varepsilon) \end{aligned}$$

と、 $n \times 1$ ベクトル ($n = m \times T$) で表すことができる。

ところで

$$P_D = \frac{1}{T} \begin{pmatrix} 11' & O & \cdots & \cdots & O \\ O & 11' & O & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & O \\ O & \cdots & \cdots & O & 11' \end{pmatrix}$$

であるから、 $n \times 1$ ベクトル $P_D(v + \varepsilon)$ の n 個の要素のうち、実際に重複しないものは m 個しかない。というのも T 個のからなる各グループ ($i = 1, \dots, m$) の要素は同一であるからである。 i 番目のグループについて、このベクトルのそれぞれの要素は以下の式と等しい。

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T v_i + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} = v_i + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}$$

ε_{it} は v_i と相関が無いという仮定から、その要素の分散は

$$\text{Var}(v_i) + \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \text{Var}(\varepsilon_{it}) = \sigma_v^2 + \frac{1}{T} \sigma_\varepsilon^2$$

となり、示したいものが求められた。