

エコノメトリックスII 08

宿題11 別問

2009年1月28日

(提出の必要はないが、各自解いておくこと。)

Q

次の問に答えなさい。

対称行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1.2 \\ 0 & 1.2 & 2 \end{pmatrix}$$

を固有値分解 $A = Z\Lambda Z'$ し、 Z および Λ を求めなさい。ただし、

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

であり、 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ とする。

また、 $Z'Z = ZZ' = I$ となること、および $\Lambda^{-1/2}Z'AZ\Lambda^{-1/2} = I$ となることを確認しなさい。

略解

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 2.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{4/13} & 0 & -\sqrt{9/13} \\ \sqrt{9/13} & 0 & \sqrt{4/13} \end{pmatrix}$$