政策特論（ノンパラメトリック統計学）宿題第1回　解答例

Q2.7

この場合には Wilcoxon の rank sum test を用いることを考えよう。

<u>検定 (i)</u>

帰無仮説(H_0): PET(ポジトロン断層診断)クオリティ = MRI(核磁気共鳴画像診断)クオリティ

VS

対立仮説(H_1):PET クオリティ > MRI クオリティ

PET スキャンを受けた3人の順位の和を S で表すことにしよう。3人の順位の組合せは全体で $_6C_3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = 20$ 通りあるから、$S \le s$ となる組合せを c_s とすると、$\mathrm{P}(S \le s) = \frac{c_s}{20}$ となる。

よって、有意水準をαとおくと、

$$\mathrm{P}(S \le s) = \frac{c_s}{20} \le \alpha$$

であれば帰無仮説(H_0)を棄却。そうでなければ、帰無仮説(H_0)を採択。

<u>検定 (ii)</u>

帰無仮説(H_0): PET クオリティ = MRI クオリティ

VS

対立仮説(H_1):PET クオリティ ≠ MRI クオリティ

両側検定であるから、有意水準をαとおくと、

$$\mathrm{P}(S \le s) = \frac{c_s}{20} \le \frac{\alpha}{2} \qquad \text{if } c_s < 10$$

$$\mathrm{P}(S \ge s) = \frac{c_s}{20} \le \frac{\alpha}{2} \qquad \text{if } c_s > 10$$

であれば帰無仮説(H_0)を棄却。そうでなければ、帰無仮説(H_0)を採択。

設問のケースでは PET スキャンを受けた3人の順位は(1, 2, 3)で、順位和は $S = 6$。

いま有意水準α=0.05 とすると、検定(i)では、$\mathrm{P}(S \le 6) = \frac{1}{20} = 0.05 = \alpha$ となるので、帰無仮説(H_0)を棄却する。検定(ii)では $\mathrm{P}(S \le 6) = 0.05 > \alpha/2 = 0.025$ となるので帰無仮説(H_0)を採択する。