

# 2009年度 エコノメトリックスII&上級エコノメトリックスII

## 第5回宿題解答例

2009年11月20日

### Q. 2.26

FWL 定理より、(2.56) 式の回帰残差と (2.57) 式の回帰残差は計算上同一になる。いま、(2.57) 式における  $\beta$  の OLS 推定量を  $\tilde{\beta}$ 、OLS 残差を  $\tilde{u}$  であらわすと、

$$\tilde{u} \equiv M_t y - M_t X \tilde{\beta}$$

(2.56) 式の  $t$  番目の回帰残差は  $\tilde{u}_t$  に等しいから

$$\begin{aligned}\tilde{u}_t &= e_t' \tilde{u} \\ &= e_t' M_t (y - X \tilde{\beta}) = 0\end{aligned}$$

が得られる。

次に  $y = X\beta + u$  の  $\beta$  の OLS 推定量を  $\hat{\beta}$ 、OLS 残差を  $\hat{u}$  であらわすと、 $\tilde{u}$  と  $\hat{u}$  の差は、(2.59) 式および (2.60) 式より

$$\begin{aligned}\tilde{u} - \hat{u} &= (y - X \tilde{\beta}) - (y - X \hat{\beta}) \\ &= X (\hat{\beta} - \tilde{\beta}) = \hat{\alpha} P_X e_t\end{aligned}$$

これより

$$\begin{aligned}\tilde{u}_t - \hat{u}_t &= e_t' (\tilde{u} - \hat{u}) \\ &= \hat{\alpha} e_t' P_X e_t \\ &= \hat{\alpha} h_t = \frac{h_t}{1 - h_t} \hat{u}_t\end{aligned}$$

が得られる。