

2009年度 エコノメトリックスII&上級エコノメトリックスII
第1回宿題(2009年10月9日出題:10月14日訂正)

注意事項

提出期限: 10月16日(金)4時限終了時。必ずA4サイズの紙で提出のこと。

問1

線形回帰モデル $y_t = \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta} + u_t$, ($t = 1, \dots, n$) を考える。いま

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}'_1 \\ \mathbf{x}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}'_n \end{pmatrix}.$$

と表すとき、次の問に答えなさい。

- (1) 上の回帰式を \mathbf{y} , \mathbf{X} , \mathbf{u} , $\boldsymbol{\beta}$ を用いて表しなさい。
- (2) $\boldsymbol{\beta}$ の最小2乗推定量 (OLSE) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を \mathbf{y} , \mathbf{X} , $\boldsymbol{\beta}$ を用いて表しなさい。

問2

問1の線形回帰モデルにおいて

$$\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ z_t \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}.$$

であるとき(すなわち単純線形回帰モデルであるとき) 次の問に答えなさい。

- (1) $\boldsymbol{\beta}$ の最小2乗推定量 (OLSE) $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を行列・ベクトル表現で計算しなさい。
- (2) (1) で求めた OLSE が

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2}$$
$$\hat{\beta}_1 = \bar{y} - \bar{z}\hat{\beta}_2$$

と等しくなることなることを確認しなさい。ここで $\bar{z} = 1/n \sum z_t$, $\bar{y} = 1/n \sum y_t$ である。