第11回 6月2日の授業内容

- §4. 確率変数と確率分布
  - §4.5 基本的な確率分布
    - §4.5.1 二項分布
    - §4.5.2 ポアソン分布

§4.5 基本的な確率分布

§4.5.1 二項分布 binomial distribution

- 離散型確率変数の一つ
- ベルヌーイ試行 Bernoulli trial ← 二項分布の特殊ケース

  結果が二つしかない実験のこと。

  コイン投げや「あたり」と「はずれ」しかない籤（くじ：lotto）引きがこれに相当する。
  - 籤が「あたり」であることをX=1、「はずれ」であることをX=0で表し、「あたり」である確率をpで現すと、確率変数Xの分布は次のようになる。
    - 確率関数： $P(X=1)=p$, $P(X=0)=1-p$

      整理すると： $$P(X=x)=p^x(1-p)^{1-x}$$

§4.5.1 二項分布(2)

- コイン投げをn回行うという実験

⇕

- 独立なベルヌーイ試行をn回行うという実験
- 試行をn回行ったときに「あたり」の出る数Xは確率変数であり、次の確率関数にしたがう。

$$P(X=x)=P(x)={}_nC_x p^x(1-p)^{n-x}$$

§4.5.1 二項分布(3)

- 二項分布の確率関数は二項展開の係数（二項係数）になっていることに注意!!

$$\sum_{x=0}^{n}P(X=x)=\sum_{x=0}^{n}{}_nC_x p^x(1-p)^{n-x}$$
$$=(p+(1-p))^n$$
$$=1$$

§4.5.1 二項分布(4)

- 二項分布の確率関数はn, p 2つのパラメータ（母数）に依存していることがわかる。そこで、特に確率変数Xの分布が二項分布である場合（このことを確率変数Xが二項分布にしたがうと言う）、

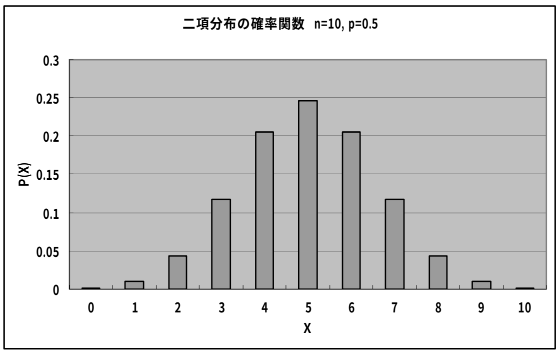
  X〜Bin(n, p)

  のように表す。
- ベルヌイ試行の結果をYで表すと、実は

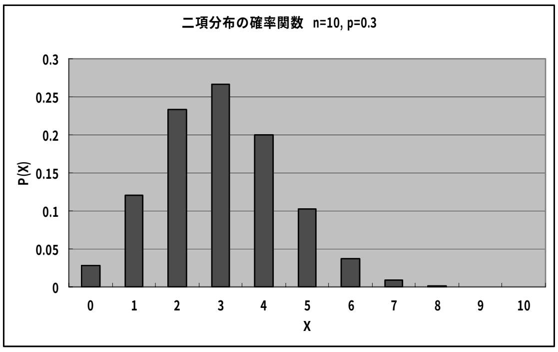
  Y〜Bin(1, p)

  になっている。

§4.5.1 二項分布(5)



§4.5.1 二項分布(6)



§4.5.1 二項分布(7)

- **二項分布** X〜Bin(n, p) **の平均、分散**
  - **平均**
    - $E(X) = np$
  - **分散**
    - $Var(X) = np(1-p)$

§4.5.2 ポアソン分布 Poisson distribution

- **離散型確率変数の一つ**
- **巨大事故の件数など、一定期間に稀にしか起きない事象数の分布として用いられることが多い。**
- **確率関数：** $$P(X=x)=\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$
  - Xのとりうる値は0から∞まで、すなわち x=0,1, … , ∞ であることに注意。
  - また、 $\sum_{x=0}^{\infty} P(X=x)=\sum_{x=0}^{\infty}\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}=1$ である。

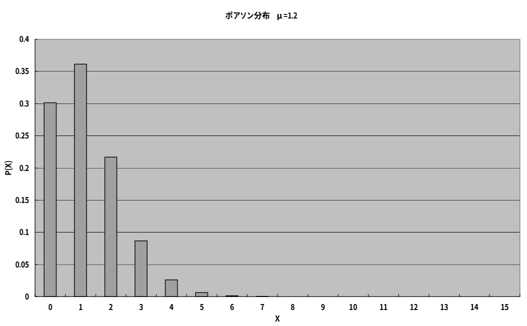
§4.5.2 ポアソン分布(2)

- **確率分布関数：** $$F(x)=P(X\le x)=\sum_{t=0}^{x}\frac{\mu^t e^{-\mu}}{t!}$$
- **平均：** $$E(X)=\sum_{x=0}^{\infty} x\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}=\mu$$
- **分散：** $$Var(X)=\sum_{t=0}^{x}(x-\mu)^2\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}=\mu$$

ポアソン分布はμというパラメータ（=平均）にのみ依存

§4.5.2 ポアソン分布(3)

確率関数（μ=1.2のケース）



§4.5.2 ポアソン分布(4)

確率関数（μ=3.5のケース）