



第22回 7月8日の授業内容

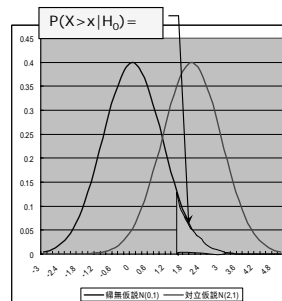
- § 7. 母数の検定
 - § 7.4 母平均の検定(再論)
 - § 7.5 母平均の検定(分布が未知)
 - § 7.6 検定と過誤
 - § 7.7 片側検定と両側検定

7/8/09

1



§ 7.4 母平均の検定(再論)



仮説の設定と検定

- 単純帰無 vs. 単純対立
 - 尤度に基づく判断が可能
- 単純帰無 vs. 複合対立
 - 対立仮説の起こる確率の評価が困難
 - ↓
 - 対立仮説に有利な状況に対してどこまで「帰無仮説が真」と主張するか
 - ↓
 - 「有意水準」の導入
 - の確率でしか起きない稀なことを「対立仮説が真」と考える

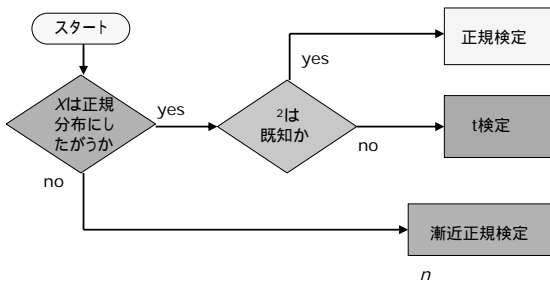
7/8/09

2



§ 7.4 母平均の検定(再論)(2)

□ 母平均の検定についてのフローチャート



7/8/09

3



§ 7.4 母平均の検定(再論)(3)

- 【t検定】「チャート式」統計的検定の手順
 - 帰無仮説 $\mu = u$ と対立仮説 $\mu < u$ (または $\mu > u$) を確認する。
 - 有意水準 ($\times 100\%$) を設定。
 - 標本データから算術平均 \bar{X}_n を求める。
 - " から不偏分散 s^2 を求める。
 - 母平均の推定量 $\hat{\mu} = \bar{X}_n$ の分散 s^2/n を計算。
 - 帰無仮説の下でのt検定統計量 $\tau = \frac{\bar{X}_n - u}{\sqrt{s^2/n}}$ を計算。

次ページへ

7/8/09

4



§ 7.4 母平均の検定(再論)(4)

- 【t検定】「チャート式」統計的検定の手順(続)
 - 自由度 $n-1$ のt分布表から上側の境界点 $t^*(n-1)$ を得る。
 - $\{H_1: \mu > u\}$ のとき
 - $> t^*(n-1)$ H_0 を棄却 (H_1 を採択)
 - $< t^*(n-1)$ H_0 を棄却できない (H_0 を採択)
 - $\{H_1: \mu < u\}$ のとき
 - $< -t^*(n-1)$ H_0 を棄却 (H_1 を採択)
 - $> -t^*(n-1)$ H_0 を棄却できない (H_0 を採択)

7/8/09

5



§ 7.5 母平均の検定(分布が未知)

- X_i が正規分布にしたがわない場合
 - 中心極限定理より標本の大きさ n が大きければ

$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$$
 - 中心極限定理が成立するような標本の大きさ n においては、大数の法則(LLN)が成立するから $\hat{\sigma}^2 \approx \sigma^2$

7/8/09

6



§ 7.5 母平均の検定(分布が未知)(2)

- したがって、分散の推定量 $\hat{\sigma}^2$ で置き換えても、標準正規分布表を使って検定



$$Q = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sqrt{\hat{\sigma}^2/n}} \approx \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$$

7/8/09

7



§ 7.6 検定と過誤

□ 統計的検定 完全なものではない
誤判断を排除できない

□ 例: $\begin{cases} H_0: \mu = 330 \\ H_1: \mu > 330 \end{cases}$

という検定問題を考える。

- 有意水準 を小さくすれば H_0 が正しいときに誤って H_1 を採択する確率 (= 第一種の過誤 type-1 error) は小さくなる。
 - しかし、同時に H_1 が正しいときに誤って H_0 を採択する確率 (= 第二種の過誤 type-2 error) は増大してしまう。
- も も小さくしたいが、トレードオフ関係にある。

7/8/09

8



§ 7.6 検定と過誤(2)

		真の状態		
		H0	H1	
検定結果	H0		×	= 1 - 検出力 H ₁ が正しいときに正しくH ₀ を棄却できる確率
	H1	×		

第一種の過誤 (top-left cell)

第二種の過誤 (top-right cell)

有意水準 (bottom-left cell)

7/8/09

9



§ 7.7 片側検定と両側検定

□ 今まで対立仮説として $> h$ (または $< h$) を考えてきた。

□ しかし、対立仮説として、 h を設定することがある。このとき、どのように検定するか。

□ h \leftrightarrow $\begin{cases} > h & 1/2 \text{の可能性} \\ < h & 1/2 \text{の可能性} \end{cases}$

のように考える。

7/8/09

10



§ 7.7 片側検定と両側検定(2)

□ そこで、有意水準を α とするとき、上側と下側で $\alpha/2$ ずつ折半し、次のように検定する。

【正規検定の場合(両側検定)】

- $z > z_{1-\alpha/2}$ H_0 を棄却(H_1 を採択)
- $z < -z_{1-\alpha/2}$ H_0 を棄却(H_1 を採択)
- $-z_{1-\alpha/2} < z < z_{1-\alpha/2}$ H_0 を棄却できない(H_0 を採択)

7/8/09

11



§ 7.7 片側検定と両側検定(3)

【t検定の場合(両側検定)】

- $t > t_{1-\alpha/2}(n-1)$ H_0 を棄却(H_1 を採択)
- $t < -t_{1-\alpha/2}(n-1)$ H_0 を棄却(H_1 を採択)
- $-t_{1-\alpha/2}(n-1) < t < t_{1-\alpha/2}(n-1)$ H_0 を棄却できない(H_0 を採択)

7/8/09

12