7月14日(火)講義 補足資料

二標本問題 検定例2 訂正版

【問題設定】 標本 A、B はそれぞれ製法 A、B における 10,000 個あたりの不良品の個数のデータからなっており、

$$\text{標本A}：X_i \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), \quad i = 1, \ldots, 5$$
$$\text{標本B}：Y_j \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \quad j = 1, \ldots, 6$$

であるものとする。いま、$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$ **であるが、未知であるとき、**

$$\text{帰無仮説}\quad \mathrm{H}_0 : \mu_A = \mu_B \quad vs \quad \text{対立仮説}\quad \mathrm{H}_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

の検定を、有意水準を α=0.05 として行いたい。

【検定手順】 データが次表で与えられるから、

i, j	標本A		標本 B	
	X_i	$(X_i - \overline{X}_5)^2$	Y_j	$(Y_j - \overline{Y}_6)^2$
1	12	36	18	49
2	23	25	25	0
3	18	0	30	25
4	20	4	23	4
5	17	1	26	1
6			28	9
合計	90	66	150	88

NOTE:
講義ではこの値を 79 としたが、正しくは 88 である。

$\hat{\mu}_A = \overline{X}_5 = 90/5 = 18$、$\hat{\mu}_B = \overline{Y}_6 = 150/6 = 25$。**ところで、**$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$ **という仮定より、**

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5}\left(X_i - \overline{X}_5\right)^2 + \sum_{j=1}^{6}\left(Y_j - \overline{Y}_6\right)^2}{5+6-2} = \frac{66+88}{9} = \frac{154}{9}。$$

よって

$$\tau = \frac{\hat{\mu}_A - \hat{\mu}_B}{\sqrt{\hat{\sigma}^2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)}} = \frac{18-25}{\sqrt{\frac{154}{9}\times\frac{11}{30}}} = \frac{-7}{\sqrt{6.274}} = \frac{-7}{2.50} = -2.79。$$

帰無仮説 H_0 の下では (=H_0 が正しいとき)、τ は自由度 9 の t 分布にしたがう。対立仮説 H_1 から、両側検定となるので、計算された τ の値が自由度 9 の t 分布の上側 2.5%点である 2.262 と下側 2.5%である -2.262 の間にあれば、帰無仮説 H_0 を採択する。また計算された τ の絶対値が 2.262 よりも大きければ帰無仮説 H_0 を棄却する。

例のケースでは|τ| = 2.79 > 2.262 であるので、帰無仮説 H_0 を棄却する。