



第26回 8月5日の授業内容

- § 8. 線形モデル
  - § 8.2 分散分析 Analysis of Variance

8/5/09

1



§ 8.2 分散分析

- 分散分析 Analysis of Variance
  - 実験データの分析
    - 実験によって「効果」の有無(ないし程度)を検証
    - 関心のある群だけでなく、比較対照群 control group にも実験を行うことで、「効果」の有無を検証
  - 注目する要因(や属性)の種類や水準を変化させた実験を複数回行う  
(例)
    - 薬効 … 投与する薬の用量(dose)を変える
    - 生産性 … (生産)方法、人数、配置、熟練度を変える
  - 検証したいことは  
「水準によって結果に違いが生じるかどうか」

8/5/09

2



§ 8.2 分散分析(2)

- 一元配置モデル(基本モデル)の概要
  - 実験で変化させる要因(属性)は一つ
  - 要因にはk個(種類)の水準を設定
  - 各水準につきm回の実験を実施

- データの構造

	要因		
	水準1	...	水準k
実験1	$X_{11}$		$X_{k1}$
...			
実験m	$X_{1m}$	$X_{ij}$	$X_{km}$

水準 i における  
実験 j の観測データ

8/5/09

3



§ 8.2 分散分析(3)

- 一元配置モデルの構造
  - $X_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$
  - $X_{ij}$  水準 i における実験 j の観測データ
  - $\mu$  (水準に関わらない)平均効果
  - $\alpha_i$  水準 i の効果 (但し  $\sum \alpha_i = 0$ )
  - $e_{ij}$  独立な誤差  
 $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$  と仮定

8/5/09

4



§ 8.2 分散分析(4)

- 偏差2乗和の分解

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2 + m \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2$$

全変動  
自由度  $mk - 1$

群内変動  
自由度  $k(m - 1)$

群間変動  
自由度  $k - 1$

8/5/09

5



§ 8.2 分散分析(5)

- 仮説検定
  - $V_e \equiv \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2}{k(m-1)}, V_\alpha \equiv \frac{m \sum_{i=1}^k (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2}{k-1}$
  - $\frac{V_\alpha}{V_e} \sim F(k-1, k(m-1))$  under  $H_0$
  - 仮説
    - $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_k = 0 \\ H_1 : \text{otherwise} \end{array} \right.$

8/5/09

6



## 分析例 Case-1

### □ 練習方法のテスト成績への効果

- 練習あり
- 練習 A
- 練習 B

の3つの方法で実験

練習方法の効果を統計的に確認する

Case 1  
Test Score with/without training

#	No training	Training-A	Training-B
1	45	55	60
2	60	68	54
3	48	63	75
4	55	49	71
5	62	50	55

8/5/09

7



## 分析例 Case-1(2)

### Excelの分析ツールの結果

分散分析: 一元配置

概要

グループ	標本数	合計	平均	分散
No training	5	270	54	54.5
Training-A	5	285	57	68.5
Training-B	5	315	63	90.5

分散分析表

変動要因	変動	自由度	分散	観測された分散比	P-値	F 境界値
グループ間	210	2	105	1.47541	0.267361	3.88529
グループ内	854	12	71.166667			
合計	1064	14				

有意水準を5%にとると、帰無仮説を棄却できない。

8/5/09

8