

## 統計 宿題第 2 回

解答上の注意事項:

1. 提出期限は **2009 年 7 月 21 日(火)** 授業終了時
2. 答案用紙は A4 サイズの用紙を用いること。また 2 枚以上に及ぶときはステープラー(ホチキス)等で綴じること。

以上の事項を守らない答案は採点しないことがある。また提出された答案は返却しないので、各自コピーをとっておくこと。

問 1  $X_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) はパラメータ  $\beta$  の指数分布からの独立なランダム標本であるとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1)  $X_1$  に対する尤度関数  $L(\beta | X_1)$  を求めなさい。
- (2) 標本データ  $X_1, \dots, X_n$  に対する対数尤度関数  $L(\beta | X_1, \dots, X_n)$  を求めなさい。
- (3)  $\beta$  の最尤推定量を求めなさい。
- (4) 標本データとして、 $X_1 = 12, X_2 = 28, X_3 = 20, X_4 = 4$  という値が得られているものとする。このとき、対数尤度関数  $L(\beta | X_1, X_2, X_3, X_4)$  のグラフを  $\beta = 10, 12, \dots, 20$  (2 刻み) について描き、最大となる  $\beta$  を求めなさい。

問 2 次の表は A 社の精密部品機械組立て作業で 10,000 個当たりの不良品の個数をサンプル調査した結果である。この機械組立て作業の不良品の個数が正規分布で表現できるとき(すなわち標本が正規母集団からの独立な無作為標本であるとき) 次の問いに答えなさい。

機械	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	35	26	37	46	44	47	21	34	42	28
機械	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
	31	26	24	29	31	22	32	35	37	33

(単位は個)

- (1) 不偏推定量を用いて、母平均  $\mu$  を推定しなさい。
- (2) 母分散  $\sigma^2$  が 45 であるとき標本平均  $\bar{X}$  はどんな分布に従うか答えなさい。
- (3) 母分散  $\sigma^2$  が未知として母分散の不偏推定をしなさい。
- (4) 標本平均を  $\bar{X}$ 、(3) で求めた不偏分散を  $\hat{\sigma}^2$  で表すとき、 $\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\hat{\sigma}^2/n}}$  はどんな分布に従うか答えなさい。ここで  $n$  は標本の大きさを表している。
- (5) 信頼係数を 0.95 として、母分散  $\sigma^2$  が未知のときの母平均の区間推定を行いなさい。
- (6) 母分散  $\sigma^2$  が未知であるとき、帰無仮説を  $\mu = 36$ 、対立仮説を  $\mu < 36$  として、有意水準 5% で仮説検定を行いなさい。

問3 あなたは、ある TV 局のプロデューサーであるとしてます。あなたが担当した番組 A の視聴率が発表され、関西地区で 17.5%という結果でした。編成局長から会議の席上で、目標の 20%に届かなかったので、「番組 A は期待はずれであったから、ボーナスはないものと思え」という叱責を受けました。

編成局長に「関西地区の真の視聴率は 20%であった」ことを主張したい。

統計的検定を行って、この主張が行えるかどうか確かめなさい。

なお、視聴率調査の標本の大きさは、600 (世帯) であるものとする。