

2010年度エコノメトリックスI&上級エコノメトリックスI

第10回宿題(2010年7月2日出題)

注意事項

提出期限: 7月9日(金)4時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

確率変数 Y は、パラメータ λ のポアソン分布に従う、すなわち $Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$ であるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) Y の特性関数を導出しなさい。
- (2) (1) で求めた特性関数を用いて、 Y の1次モーメント(平均)を求めなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 Y の(確率分布の)分散を求めなさい。

問2

確率変数 Z は、成功確率 p の幾何分布に従う、すなわち $Z \sim \text{Ge}(p)$ であるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) Z の特性関数を導出しなさい。
- (2) (1) で求めた特性関数を用いて、 Z の1次モーメント(平均)を求めなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 Z の(確率分布の)分散を求めなさい。

問3

確率変数 X は、 $a \leq X \leq b$ の一様分布に従う、すなわち $X \sim U(a, b)$ であるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) X の特性関数を導出しなさい。

- (2) (1) で求めた特性関数を用いて、 X の 1 次モーメント (平均) を求めなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 X の (確率分布の) 分散を求めなさい。

問 4

確率変数 X_1, X_2 は独立であり、それぞれパラメータ $\beta (> 0)$ の指数分布にしたがうものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) $Y = X_1 + X_2$ の特性関数を導出しなさい。
- (2) (1) で求めた特性関数から、 Y はどんな分布にしたがうか答えなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 Y の (確率分布の) 期待値 (平均) および分散を求めなさい。
- (4) $P(X_1 > a + b | X_1 > a) = P(X_1 > b)$ であることを示しなさい。(記憶の欠如)