

2010年度 エコノメトリックスI&上級エコノメトリックスI
第7回宿題(2010年6月11日出題)

注意事項

提出期限: 6月18日(金)4時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

確率変数 X, Y の同時確率密度関数が $h(x, y)$ で与えられるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

(1) a, b を定数とするとき、

$$\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$$

となることを、 $h(x, y)$ の積分を用いて証明しなさい。

(2) X, Y が独立のとき、(1) はどのように変わるか。答えなさい。

問2

定理 4.1.2 ($-1 \leq \text{Cor}(X, Y) \leq 1$) を証明しなさい。

問3

確率変数 X の密度関数が $f(x) = 1/2$ for $0 < x \leq 2$; 0 otherwise で与えられるとき、次の問に答えなさい。

(1) X の平均と分散を求めなさい。

(2) b を正の定数とするとき、 $Y = -b \log_e(X)$ の密度関数を求めなさい。

(3) Y の平均と分散を求めなさい。