

2010年度 学部 エコノメトリックス 中間試験解答

2011年1月21日

(1)

(A) 46 (B) 304 (C) -72 (D) 134 (E) -413 (F) 0
(Note) 回帰残差の和は必ず0(ゼロ) となることを覚えておこう。

(2)

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 46 & -72 \\ -72 & 304 \end{pmatrix}$$

(3)

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1.25 \\ -1.0625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} \\ -\frac{17}{16} \end{pmatrix}$$

(4)

$$\sum_{t=1}^6 e_t^2 = 15.6875 = \frac{251}{16}$$

(5)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{6-2} = \frac{1}{4} \sum_{t=1}^6 e_t^2 = \frac{15.6875}{4} = 3.921875 = \frac{251}{64}$$

(6)

$\text{Var}(\mathbf{b}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ であるから、

$$\widehat{\text{Var}}(b_2) = \hat{\sigma}^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})_{22}^{-1} = \frac{251}{64} \times \frac{46}{8800} = 0.0205$$

(Note)

$$\widehat{\text{Var}}(b_2) = \hat{\sigma}^2 \frac{1}{\sum_{t=1}^6 (x_t - \bar{x})^2}$$

という解答が結構多かったが、問題文の回帰式は定数項を含んでいないので、この答えは間違いである。

(7)

検定統計量を τ_2 とすると

$$\tau_2 = \frac{b_2 - 0}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(b_2)}} = \frac{-1.0625}{0.14318} = -7.4207$$

帰無仮説 H_0 の下で、 τ_2 は自由度 4 の t 分布にしたがう。($\tau_2 \sim t(4)$)

対立仮説 H_1 より片側検定。 $t(4)$ の下側 5% 点は表 1 より、 -2.132 。(上側 5% 点の符号を入れ替えればよい) $\tau_2 = -7.4207 < -2.132$ であるから、帰無仮説 H_0 は棄却される。

(8)

平均 : $\beta_1 + \beta_2$

分散 : $\sigma^2 \mathbf{1}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{1} = \sigma^2(\text{Var}(b_1) + 2\text{Cov}(b_1, b_2) + \text{Var}(b_2))$ となる。実際に X のデータを入れて計算すると、 $\sigma^2 \frac{494}{8800} = 0.0561364\sigma^2$ となる。

確率分布 : 正規分布

(9)

検定統計量を τ とすると

$$\tau = \frac{b_1 + b_2 - 1}{\sqrt{\hat{\sigma}^2(494/8800)}} = \frac{-0.8125}{0.4692119} = -1.731627$$

帰無仮説 H_A の下で、 τ は自由度 4 の t 分布にしたがう。($\tau \sim t(4)$)

対立仮説 H_B より両側検定。 $t(4)$ の上側 2.5% 点は表 1 より、 2.776 。
 $|\tau| = 1.731627 < 2.776$ であるから、帰無仮説 H_A は棄却されない。

全体講評

問題(6)～(9)を解答した受験者は約半分。

作問者としては、(1)～(5)は全問正解できることを期待していたが、実際には7割程度しか正解していなかった。

成績分布は下記の通り。

	受験生全体	2 年生	3 年生	4 年生・その他
平均	43.6	48.5	43.8	36.3
標準偏差	18.6	18.2	20.1	12.9
最高点	97			
最低点	5			

