

2010 年度 学部 エコノメトリックス 第 7 回講義メモ (増補版)

2010 年 10 月 26 日

2

2.6 回帰係数についての仮説検定

A) 検定統計量の分布 (続)

前回の授業で、(検定) 統計量の分布が次のようになることを示した。まず、攪乱項に関して仮定 5 が満たされるときには、

$$\tau_1 = \frac{b - \beta}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n w_i^2}} \sim t(n-2)$$

として定義される τ_1 は自由度 $n-2$ の t 分布に従う。

次に、攪乱項に関して仮定 2' しか満たされないときは、 a, b の厳密な分布が得られないので、統計量 τ_2 は中心極限定理により

$$\tau_2 = \frac{b - \beta}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n w_i^2}} \xrightarrow{d} N(0, 1) \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$

3

n が十分大きいときに (漸近的に) 標準正規分布に従う。

このことを確認するために、次のようなシミュレーション実験を行おう。モデルを

$$Y_i = 2.0 + 0.5X_i + \epsilon_i, \quad (i = 1, \dots, n)$$

で与え、 $X_i = 10 + \frac{50}{n}i$ とする。 ϵ_i をコンピュータ乱数によって発生させて Y_i を作成し、得られた (Y_i, X_i) のデータから最小 2 乗法によって定数項 $\alpha = 2.0$ 、 X_i の係数 $\beta = 0.5$ の推定を行う。そして、この実験を 5,000 回繰り返し、 β の推定量 b の経験分布を求める。

ϵ_i の分布として、次の 2 つのケースを考える。

ケース A: 攪乱項 $\epsilon_i \sim iid N(0, 9)$ であり、 $n = 25$ のケース。

4

ケース B: 攪乱項 $\epsilon_i \sim IID(0, 9)$ であるが、

$$\epsilon_i = \begin{cases} 3 & \text{with } p = 0.5 \\ -3 & \text{with } p = 0.5 \end{cases}$$

となっているケース。標本の大きさを変えた $n = 25, 100, 400$ の 3 つのケースを扱う。

ケース A の実験結果

$\beta = 0.5$ であるため、

$$\tau_1 = \frac{b - 0.5}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n w_i^2}}$$

の分布を求めた。理論的には、厳密な τ_1 の分布は自由度 23 の t 分布になる。 τ_1 の経験分布関数と $t(23)$ の分布関数、標準正規分布の分布関数を全



