

2011年度エコノメトリックスI&上級エコノメトリックスI
第1回宿題(2011年4月22日出題)

注意事項

提出期限: 5月6日(金)4時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

集合列 A_n ($n = 1, 2, \dots$) が

$$(1) A_n = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, 1 \right],$$

$$(2) A_n = \left[\frac{1}{n}, 1 \right],$$

で与えられるとき、上極限および下極限を求めなさい。

問2

$\Omega = \{R, G, B\}$ とする。このとき、次の Ω の部分集合からなる集合は集合族か否かを理由とともに答えなさい。

$$(1) \mathfrak{S}_1 = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$(2) \mathfrak{S}_2 = \{\emptyset, \{B\}, \{R, G\}, \Omega\}$$

$$(3) \mathfrak{S}_3 = \{\emptyset, \{R\}, \{G\}, \{B, G\}, \{R, G\}, \Omega\}$$

問3

\mathcal{A} を σ -集合族とし、 A_n ($n = 1, 2, \dots$) を $A_n \in \mathcal{A}$ である集合列であるものとする。このとき、次のことが成立することを示しなさい。

$$(1) \liminf_{n \rightarrow \infty} A_n \in \mathcal{A}$$

$$(2) \limsup_{n \rightarrow \infty} A_n \in \mathcal{A}$$

$$(3) \liminf_{n \rightarrow \infty} A_n \subset \limsup_{n \rightarrow \infty} A_n$$