

2011年度 エコノメトリックスI & 上級エコノメトリックスI 第3回宿題(2011年5月13日出題)

注意事項

提出期限: 5月20日(金)3時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

各面に ω_i ($i = 1, \dots, 20$) と記された正20面体のダイス(サイコロ)がある。このダイスを投げたとき、上面に表れた記号によって割り当てる数字を $X(\omega)$ とし、次のルールに従うものとする。

$$X(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{if } \omega = \omega_1, \dots, \omega_6, \omega_{18} \\ 2 & \text{if } \omega = \omega_7, \dots, \omega_9, \omega_{17} \\ 5 & \text{if } \omega = \omega_{10}, \dots, \omega_{12} \\ 6 & \text{if } \omega = \omega_{13}, \omega_{14} \\ 9 & \text{if } \omega = \omega_{15} \\ 10 & \text{if } \omega = \omega_{16}, \omega_{19}, \omega_{20} \end{cases}$$

このとき、次の問に答えなさい。

- (1) $X = X(\omega)$ が確率変数であることを示しなさい。
- (2) X の確率分布関数 $F(x) = P(X \leq x)$ を求めなさい。また、そのグラフを描きなさい。
- (3) X の確率関数 $p(x) = P(X = x)$ を求めなさい。

問2

X_1, X_2 を、それぞれ $\{0, 1, 2\}, \{1, 3, 8\}$ の値をとる確率変数とし、その同時分布関数 $F(x_1, x_2)$ が以下で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} F(0, 1) &= 0.1 & F(1, 1) &= 0.25 & F(2, 2) &= 0.35 \\ F(0, 3) &= 0.2 & F(1, 3) &= 0.4 & F(2, 4) &= 0.65 \\ F(0, 8) &= 0.3 & F(1, 9) &= 0.7 & F(2, 10) &= 1 \end{aligned}$$

このとき、次の問に答えなさい。

- (1) X_1 と X_2 の同時確率関数 $p(x_1, x_2)$ を求めなさい。
- (2) X_i ($i = 1, 2$) の周辺確率関数 $p_i(x_i) = P(X_i = x_i)$ を求めなさい。

問 3

X, Y は連続型確率変数で、同時確率密度関数が

$$f(x, y) = \frac{1}{4}(2y - x), \quad 0 < x \leq y < 2$$

で与えられるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) X の周辺密度関数 $f_X(x)$ を求めなさい。
- (2) Y の周辺密度関数 $f_Y(y)$ を求めなさい。
- (3) $X = x$ を条件としたときの Y の条件付密度関数 $f_Y(y | x)$ を求めなさい。