

2011年度 エコノメトリックスI & 上級エコノメトリックスI

第5回宿題 (2011年5月27日出題)

注意事項

提出期限: 6月3日(金)3時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

定理 4.1.2 ($-1 \leq \text{Cor}(X, Y) \leq 1$) を証明しなさい。

問2

確率変数 X, Y の同時確率密度関数が

$$f(x, y) = \begin{cases} 6(y-x) & \text{for } 0 < x \leq y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

で与えられるものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1) X の平均を求めなさい。また、 X^2 の期待値を求めなさい。
- (2) Y の平均、分散を求めなさい。
- (3) X と Y の共分散を求めなさい。
- (4) X と Y の相関を求めなさい。

問3

確率変数 X の確率分布関数 $F(x)$ が

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x-1) & \text{for } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{for } 3 < x \end{cases}$$

で与えられるとき、次の問に答えなさい。

- (1) $E(X)$ を求めなさい。
- (2) $E(X^2)$ を求めなさい。
- (3) $j = 1, 2$ について、 $E\left[\left(\frac{1}{x}\right)^j\right]$ を求めなさい。