

2011年度 エコノメトリックスI & 上級エコノメトリックスI

第7回宿題(2011年6月10日出題)

注意事項

提出期限: 6月17日(金)3時限終了時
必ず A4 サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

(前回第6回宿題の問3の再録。前回宿題で解答していない受講生は解答すること。)

確率変数 X の密度関数が $f(x) = \begin{cases} x \exp(-x) & \text{for } 0 < x < \infty \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ で与えられるとき、次の問に答えなさい。

- (1) X の特性関数を求めなさい。
- (2) (1) で求めた特性関数を用いて、 X の1次モーメント(平均)を求めなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 X の2次モーメントを求めなさい。

問2

Y はパラメータ λ のポアソン分布にしたがう確率変数、すなわち $Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$ であるとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $\lambda = 0.4$, $\lambda = 2.0$ のそれぞれのケースについて、 Y の確率関数 $P(Y = y); 0 \leq y \leq 15$ を図に表しなさい。
- (2) 特性関数を用いて、 Y の平均および分散を求めなさい。

問 3

確率変数 Z がパラメータ p の幾何分布に従う、すなわち $Z \sim Ge(p)$ であるとき、次の問に答えなさい。

- (1) $p = 0.2$ のケースについて、 Z の確率関数 $P(Z = z); 1 \leq z \leq 15$ を図に表しなさい。
- (2) Z の特性関数を導出しなさい。
- (3) (2) で求めた特性関数を使って Z の期待値 (1 次モーメント) を求めなさい。
- (4) Z の分散が $\frac{(1-p)}{p^2}$ となることを確認しなさい。

問 4

確率変数 W がパラメータ k, p のパスカル分布に従う、すなわち

$$W \sim NBin(k, p), \text{ 但し、} k \text{ は非負の整数}$$

であるとき、次の問に答えなさい。

- (1) $k = 5, p = 0.4$ のケースについて、 W の確率関数 $P(W = w); 0 \leq w \leq 10$ を図に表しなさい。
- (2) W の特性関数を導出しなさい。
- (3) (2) で求めた特性関数を使って W の期待値 (1 次モーメント) を求めなさい。
- (4) W の分散が $\frac{k(1-p)}{p^2}$ となることを確認しなさい。