

# 2011年度 エコノメトリックスI & 上級エコノメトリックスI

## 第8回宿題 (2011年6月17日出題)

### 注意事項

提出期限: 7月1日(金)3時限終了時  
必ず A4 サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

### 問1

確率変数  $X_1, X_2, X_3$  は独立であり、それぞれパラメータ  $\beta (> 0)$  の指数分布にしたがうものとする。このとき、次の問に答えなさい。

- (1)  $Y = X_1 + X_2 + X_3$  の特性関数を導出しなさい。
- (2) (1) で求めた特性関数から、 $Y$  はどんな分布にしたがうか答えなさい。
- (3) (1) で求めた特性関数を用いて、 $Y$  の(確率分布の)期待値(平均)および分散を求めなさい。
- (4)  $\beta = 1.5$  のときの  $Y$  の確率密度関数のグラフを描きなさい。
- (5)  $a, b > 0$  とする。このとき、 $P(X_1 > a + b | X_1 > a) = P(X_1 > b)$  であることを示しなさい。  
(記憶の欠如)

### 問2

確率変数  $Y$  がパラメータ  $\alpha, \beta$  のベータ分布にしたがう、すなわち  $Y \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$  であるとき、

$$E(Y) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \quad \text{Var}(Y) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

となることを示しなさい。

### 問 3

確率変数  $Z_1, Z_2$  は独立であり、それぞれガンマ分布

$$Z_1 \sim \text{Ga}(\alpha_1, \beta), \quad Z_2 \sim \text{Ga}(\alpha_2, \beta)$$

にしたがうものとする。このとき、 $\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$  がどのような分布にしたがうか、答えなさい。

### 問 4

$X_s$  を単位時間  $[0, s]$  の間に発生する事象 A の回数であるとする。 $X_s$  がパラメータ  $\lambda = ms$  のポアソン分布に従うとき、次の問に答えなさい。

- (1)  $S$  を事象 A の起きる間隔時間 (インターバル) であるとする ( $S > 0$ )。このとき、 $P(S > s)$  を求めなさい。
- (2) (1) の結果より、 $S$  の密度関数を求め、どんな分布に従うか、答えなさい。