

2011年度 エコノメトリックスI & 上級エコノメトリックスI
第10回宿題 (2011年7月8日出題)

注意事項

提出期限: 7月15日(金)3時限終了時
必ずA4サイズの紙で提出のこと。(サイズが異なるものは受け付けない)

問1

確率変数列 $X_n (n \geq 1)$ が0に確率収束する、すなわち

$$X_n \xrightarrow{P} 0$$

である必要十分条件が

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \left(\frac{|X_n|}{1 + |X_n|} \right) = 0$$

であることを示しなさい。

問2

独立な確率変数 Y_1, \dots, Y_n があり、それぞれ Cauchy 分布にしたがうものとする。このとき、

$$Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

は $n \rightarrow \infty$ のとき、どのような分布に分布収束するか答えなさい。また、その結果から、

$$Z_n \xrightarrow{P} c$$

となる定数 c が存在するか否かについて、答えなさい。

(ヒント: Cauchy 分布の特性関数が $\psi(\theta) = \exp(-|\theta|)$ であることを用いると簡単である。

なお、Cauchy 分布の確率密度関数は $f(y) = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$ である。)