

Homework (Due: June 17, 2014, AM10:20)

1 We consider estimating the following three production functions.

$$\log(Y_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(K_t) + \alpha_2 \log(L_t) + u_t \quad (1)$$

$$\log(y_t) = \beta_0 + \beta_1 \log(k_t) + u_t \quad (2)$$

$$\log(Y_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \log(K_t) + \gamma_2 \log(L_t) + \gamma_3 D_t + \gamma_4 D_t \log(K_t) + \gamma_5 D_t \log(L_t) + u_t \quad (3)$$

The estimation period is 1969 – 1997 (it's too old!). Let Y_t be GDP (10 billion yen, 1992 price), K_t be the net worth (10 billion yen, deflated by the GDP deflator), L_t be the number of employees, D_t be the dummy variable, which is one after 1991 and zero before 1991, y_t be the per capita GDP (10 billion yen, 1992 price, $y_t = Y_t/L_t$), and k_t be the per capita net worth (10 billion yen, deflated by the GDP deflator, $k_t = K_t/L_t$). The error terms $u_1, u_2, \dots, u_T$ are mutually independently, identically and normally distributed.

The following estimation results are obtained.

$$\begin{aligned} \log(Y_t) = & - \begin{matrix} 30.6242 \\ (7.283) \end{matrix} + \begin{matrix} .230042 \\ (5.054) \end{matrix} \log(K_t) + \begin{matrix} 2.23565 \\ (8.266) \end{matrix} \log(L_t) \\ & R^2 = .986684, \quad \bar{R}^2 = .985659, \quad \hat{\sigma}^2 = .00141869 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(y_t) = & - \begin{matrix} 3.53058 \\ (41.08) \end{matrix} + \begin{matrix} .504043 \\ (19.62) \end{matrix} \log(k_t) \\ & R^2 = .934448, \quad \bar{R}^2 = .932020, \quad \hat{\sigma}^2 = .00354801 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(Y_t) = & - \begin{matrix} 34.6168 \\ (3.630) \end{matrix} + \begin{matrix} .204302 \\ (2.588) \end{matrix} \log(K_t) + \begin{matrix} 2.48045 \\ (4.155) \end{matrix} \log(L_t) \\ & - \begin{matrix} 54.8287 \\ (1.090) \end{matrix} D_t + \begin{matrix} .243766 \\ (.4665) \end{matrix} D_t \log(K_t) + \begin{matrix} 2.84275 \\ (1.134) \end{matrix} D_t \log(L_t) \\ & R^2 = .987960, \quad \bar{R}^2 = .985342, \quad \hat{\sigma}^2 = .00145010 \end{aligned}$$

Note that the values in the parentheses denote the t values, R^2 is the coefficient of determination, $\bar{R}^2$ is the adjusted R^2 , and $\hat{\sigma}^2$ is the variance estimate of regression.

Answer the following questions.

Q1 Test $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

Q2 Test whether the production function is homogeneous.

Q3 Test whether the structural change occurred after 1991.

For each question, show the testing procedure in detail.

2 1982～2004 年の年次データを用いて、パンの需要関数を推定した。『家計調査年報 (平成 16 年)』(総務省統計局) から 1 世帯当たり年間の品目別支出金額、購入数量及び平均価格 (全世帯・勤労者世帯) を使う。変数を次のように定義する。

Q_{1t} : t 年 1 年間のパンの購入量 (1g)
 Y_t : t 年 1 年間の所得額 (円, 2000 年価格)
 P_{1t} : t 年のパンの価格 (円/100g, 2000 年価格)
 P_{2t} : t 年の米の価格 (円/1kg, 2000 年価格)

次の需要関数を推定した。

$$\log Q_{1t} = \frac{5.899}{(2.032)} + \frac{0.644}{(0.156)} \log Y_t - \frac{1.205}{(0.091)} \log P_{1t} + \frac{0.00756}{(0.0313)} \log P_{2t} \quad (4)$$

$$R^2 = 0.925 \quad \bar{R}^2 = 0.913 \quad \hat{\sigma}^2 = 0.016564^2 \quad DW = 1.212 \quad \log L = 63.87$$

ただし、括弧内は標準誤差、 R^2 は決定係数、 $\bar{R}^2$ は自由度修正済み決定係数、 $\hat{\sigma}^2$ は回帰式の誤差項の分散の推定値、 DW はダービン・ワトソン比、 $\log L$ は対数尤度関数の値をそれぞれ表す。

1993 年以降、実質所得が減少しているので、この時期に経済構造が変化しているかどうかを調べる。次のダミー変数を定義する。

$$d_t = \begin{cases} 0 & t = 1982 \sim 1992 \text{ 年のとき} \\ 1 & t = 1993 \sim 2004 \text{ 年のとき} \end{cases}$$

ダミー変数を含めて、推定し直して次の結果が得られた。

$$\begin{aligned} \log Q_{1t} = & \frac{21.2}{(9.06)} - \frac{0.0757}{(0.605)} \log Y_t - \frac{0.777}{(0.625)} \log P_{1t} - \frac{0.973}{(0.447)} \log P_{2t} \\ & - \frac{14.0}{(10.9)} d_t + \frac{0.601}{(0.763)} d_t \log Y_t - \frac{0.401}{(0.636)} d_t \log P_{1t} + \frac{1.041}{(0.458)} d_t \log P_{2t} \end{aligned} \quad (5)$$

$$R^2 = 0.953 \quad \bar{R}^2 = 0.931 \quad \hat{\sigma}^2 = 0.014709^2 \quad DW = 1.671 \quad \log L = 69.32$$

次に、(4) 式の誤差項に 1 階の自己相関を仮定して最尤法で推定した。

$$\begin{aligned} \log Q_{1t} = & \frac{6.33}{(2.42)} + \frac{0.613}{(0.181)} \log Y_t - \frac{1.223}{(0.096)} \log P_{1t} + \frac{0.0263}{(0.0428)} \log P_{2t} \end{aligned} \quad (6)$$

$$R^2 = 0.936 \quad \bar{R}^2 = 0.922 \quad \hat{\sigma}^2 = 0.015769^2 \quad DW = 1.739 \quad \log L = 65.58$$

$$\hat{\rho} = \frac{0.402}{(0.211)}$$

ただし、 $\hat{\rho}$ は誤差項の自己回帰係数の推定値、括弧内の数字は標準誤差を表す。

次の問いに答えなさい。ただし、誤差項は正規分布を仮定する。

Q4 (4) 式の全部の回帰係数が 1993 年以降変化したという仮説を検定しなさい。帰無仮説、検定統計量、用いる分布表等を含めて、検定の方法を具体的に示すこと。有意水準は適当に設定してよい。係数の記号は適当に設定してよい。

Q5 誤差項が 1 階の自己回帰過程 AR(1) に従うかどうかの検定方法はいくつか考えられる。その中の 2 つの方法を説明し、実際に検定しなさい。有意水準は適当に設定してよい。