6.4.3 F 統計量と決定係数との関係

今まで通り、重回帰モデル

$$Y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

において,パラメータ β_1 , β_2 ,…, β_k に何らかの制約の検定を行う。

制約の数をG個とする。

全く制約の無い場合に得られた残差を \hat{u}_i とする。

制約を含めて推定されたときの残差を \tilde{u}_i とする。

制約なし回帰式からの決定係数 Â2を,

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \overline{Y})^2}$$

制約付き回帰式からの決定係数 \widetilde{R}^2 を,

$$\widetilde{R}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \widetilde{u}_i^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \overline{Y})^2}$$

とする。

このとき,

$$\frac{(\sum \widetilde{u}_i^2 - \sum \widehat{u}_i^2)/G}{\sum \widehat{u}_i^2/(n-k)} = \frac{\left(\frac{\sum \widetilde{u}_i^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2} - \frac{\sum \widehat{u}_i^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}\right)/G}{\left(\frac{\sum \widehat{u}_i^2}{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}\right)/(n-k)}$$

$$=\frac{\left((1-\widetilde{R}^2)-(1-\hat{R}^2)\right)/G}{(1-\hat{R}^2)/(n-k)}=\frac{(\hat{R}^2-\widetilde{R}^2)/G}{(1-\hat{R}^2)/(n-k)}\sim F(G,n-k)$$

となる。

- 1 つ目の等式では,分子・分母を $\sum (Y_i \overline{Y})^2$ で割っている。
- 2つ目の等式では,分子・分母を決定係数を用いて書き直している。
- 2 つの回帰式からの決定係数を使って,線形制約の検定を行うことができる。

数値例 1:「6.1.1節 異常値ダミー」 今までの数値例を用いる。

$$Y_i =$$
 0.5 + **0.7** X_i ,
(**0.398**) (**1.849**)
$$R^2 = 0.5326, \qquad \overline{R}^2 = 0.3768, \qquad s^2 = 1.197^2$$

$$Y_i =$$
0.9 + **0.7** $X_i -$ **2.0** D_i ,
(1.132) (2.985) (2.412)
$$R^2 = 0.8804, \qquad \overline{R}^2 = 0.7609, \qquad s^2 = 0.742^2$$

となる。ただし,係数の推定値の下の括弧内は t 値を表すものとする。 i=3 のとき $D_i=1$, その他は $D_i=0$ である。 回帰式: $Y_i = \alpha + \gamma D_i + \beta X_i + u_i$ について,

帰無仮説 $H_0: \gamma = 0$

対立仮説 $H_1: \gamma \neq 0$

 D_i の係数 γ の有意性検定を F 分布を用いて行う。

$$n=5$$
, R^2 から,

$$\widetilde{R}^2 = 0.5326$$
, $\hat{R}^2 = 0.8804$

である。G=1 を代入して,

$$\frac{(\hat{R}^2 - \widetilde{R}^2)/G}{(1 - \hat{R}^2)/(n - k)} = \frac{(0.8804 - 0.5326)/1}{(1 - 0.8804)/(5 - 3)} = 5.82$$

と $F_{0.05}(1,2) = 18.5$ を比較する (教科書『計量経済学』 $\mathbf{p.354}$ の表 $\mathbf{4}$ 参照)。

5.82 < 18.5 なので , 帰無仮説 H_0 : $\gamma = 0$ は採択される。

$$\sqrt{5.82} = 2.412 \implies t$$
値と同じ

数値例 2: 「6.1.2 節 構造変化ダミー」 「6.1.2 節 構造変化ダミー」の数値例を用いる。

$$Y_i =$$
0.211 + **1.010** X_i
(**0.427**) (**8.784**) $R^2 = 0.8108$, $\overline{R}^2 = 0.8003$, $s^2 = 0.9928^2$

$$Y_i =$$
0.000 + **1.000** $X_i +$ **3.370** $D_i -$ **0.543** $D_i X_i,$ (0.000) (2.715) (2.101) (1.214)
$$R^2 = 0.8612, \qquad \overline{R}^2 = 0.8351, \qquad s^2 = 0.9021^2$$

となる。ただし,係数の推定値の下の括弧内は t 値を表すものとする。 $i=1,2,\cdots,9$ のとき $D_i=0$,その他は $D_i=1$ である。

回帰式:
$$Y_i = \alpha + \delta D_i + \beta X_i + \gamma D_i X_i + u_i$$
 について,

帰無仮説 H_0 : $\delta = \gamma = 0$

対立仮説 $H_1: \delta \neq 0$, または, $\gamma \neq 0$

 D_i と D_iX_i の係数 δ , γ の有意性の同時検定をF分布を用いて行う。

$$n=20$$
 , R^2 \hbar δ ,

$$\tilde{R}^2 = 0.8108, \qquad \hat{R}^2 = 0.8612$$

である。G=2を代入して,

$$\frac{(\hat{R}^2 - \widetilde{R}^2)/G}{(1 - \hat{R}^2)/(n - k)} = \frac{(0.8612 - 0.8108)/2}{(1 - 0.8612)/(20 - 4)} = 2.90$$

と $F_{0.05}(2,16)=3.63$ を比較する (教科書『計量経済学』 ${f p.354}$ の表 ${f 4}$ 参照)。

2.90 < 3.63 なので , 帰無仮説 H_0 : $\delta = \gamma = 0$ は採択される。

数値例 3: 「6.1.3 節 季節ダミー」 「6.1.3 節 季節ダミー」の数値例を用いる。

$$Y_i = -$$
 0.8094 + **0.5200** X_i
(**0.805**) (**5.002**) $R^2 = 0.3971$, $\overline{R}^2 = 0.3812$, $s^2 = 2.2882^2$

$$Y_i = -$$
 0.2784 - **2.9145** D_{1i} - **4.6697** D_{2i} - **7.0951** D_{3i} + **1.0474** X_i (0.426) (4.402) (6.393) (8.262) (11.825) $R^2 = 0.7998$, $\overline{R}^2 = 0.7769$, $s^2 = 1.3739^2$

となる。ただし,係数の推定値の下の括弧内は t 値を表すものとする。

回帰式:
$$Y_i = \alpha + \alpha_1 D_{1i} + \alpha_2 D_{2i} + \alpha_3 D_{3i} + \beta X_i + u_i$$
 について,

帰無仮説 H_0 : 定数項が一定 $\implies \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ の検定ではない

対立仮説 H1: 定数項が季節に依存

$$n=20$$
 , R^2 \hbar δ ,

$$\tilde{R}^2 = 0.3971, \qquad \hat{R}^2 = 0.7998$$

である。G=3を代入して,

$$\frac{(\hat{R}^2 - \overline{R}^2)/G}{(1 - \hat{R}^2)/(n - k)} = \frac{(0.7998 - 0.3971)/3}{(1 - 0.7998)/(40 - 5)} = 23.47$$

と $F_{0.05}(3,35) = 2.88$ (2.92 と 2.84 の間) を比較する (教科書『計量経済学』 $\mathbf{p.354}$ の表 4 参照)。

23.47 > 2.88 なので H_0 を棄却する, すなわち, 定数項は季節に依存する。

数値例 4: 定数項を除いて,説明変数の係数がすべてゼロとなる検定: 「6.1.2 節 構造変化ダミー」の数値例を用いる。

$$Y_i =$$
0.000 + **1.000** $X_i +$ **3.370** $D_i -$ **0.543** $D_i X_i,$ (0.000) (2.715) (2.101) (1.214)
$$R^2 = 0.8612, \qquad \overline{R}^2 = 0.8351, \qquad s^2 = 0.9021^2$$

となる。ただし,係数の推定値の下の括弧内は t 値を表すものとする。 $i=1,2,\cdots,9$ のとき $D_i=0$,その他は $D_i=1$ である。

回帰式:
$$Y_i = \alpha + \delta D_i + \beta X_i + \gamma D_i X_i + u_i$$
 について,

帰無仮説
$$H_0$$
: $\delta = \beta = \gamma = 0$

対立仮説
$$H_1$$
: $\delta \neq 0$, または, $\beta \neq 0$, または, $\gamma \neq 0$

$$n = 20$$
 , R^2 h^5 ,

$$\widetilde{R}^2 = 0$$
, $\hat{R}^2 = 0.8612$

である。
$$G=3$$
を代入して,

$$\frac{(\hat{R}^2 - \widetilde{R}^2)/G}{(1 - \hat{R}^2)/(n - k)} = \frac{\hat{R}^2/G}{(1 - \hat{R}^2)/(n - k)} = \frac{0.8612/3}{(1 - 0.8612)/(20 - 4)} = 33.1$$

と
$$F_{0.05}(3,16) = 3.24$$
 を比較する (教科書『計量経済学』 $\mathbf{p.354}$ の表 $\mathbf{4}$ 参照)。

33.1 > 3.24 なので,説明変数の係数が全部ゼロという帰無仮説は棄却される。

6.5 Excel 2019 による回帰分析 (「6.1.3 季節ダミー」を例に取って)

左の A 列~F 列が数値例

C列~F列は季節ダミー

d1 は第一四半期に 1. それ以外 0 (C列)

d2 は第二四半期に 1, それ以外 0 (D 列)

d3 は第三四半期に 1, それ以外 0 (E 列)

d4 は第四四半期に 1, それ以外 0 (F列)

推定式は,

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i \qquad \leftarrow \quad \emptyset = - \infty \cup$$

 $Y_i = \alpha + \beta X_i + \alpha_1 dI_i + \alpha_2 dZ_i + \alpha_3 dS_i + u_i$ ← 季節ダミー付き の二つ。

1	4	А	В	С	D	Е	F
3 1 6.345513 0 1 0 0 4 1 10.522048 0 0 1 0 5 1 2.477398 0 0 0 1 0 6 2 5.649333 1 0 0 0 1 0 7 2 8.300705 0 1 0 0 1 0 0 8 2 10.027703 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 </th <th>1</th> <th>у</th> <th>х</th> <th>d1</th> <th>d2</th> <th>d3</th> <th>d4</th>	1	у	х	d1	d2	d3	d4
4 1 10.522048 0 0 1 0 5 1 2.477398 0 0 0 1 6 2 5.649333 1 0 0 0 7 2 8.300705 0 1 0 0 8 2 10.027703 0 0 1 0 9 2 2.520644 0 0 0 1 10 3 5.179950 1 0 0 0 11 3 6.359450 0 1 0 0 12 3 10.978387 0 0 1 0 12 3 10.978387 0 0 1 0 13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.89375 1 0 0 1 15 4 7.374288 0 1 0 </td <td>2</td> <td>1</td> <td>3.510417</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td>	2	1	3.510417	1	0	0	0
5 1 2.477398 0 0 0 1 6 2 5.649333 1 0 0 0 7 2 8.300705 0 1 0 0 8 2 10.027703 0 0 1 0 9 2 2.520644 0 0 0 1 10 3 5.179950 1 0 0 0 11 3 6.359450 0 1 0 0 12 3 10.978387 0 0 1 0 13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 1<	3	1	6.345513	0	1	0	0
6	4	1	10.522048	0	0	1	0
7	5	1	2.477398	0	0	0	1
8 2 10.027703 0 0 1 0 9 2 2.520644 0 0 0 1 10 3 5.179950 1 0 0 0 11 3 6.359450 0 1 0 0 12 3 10.978387 0 0 1 0 13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 1 0 0 18 5 9.154872 1 0 0 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 0 1 0	6	2	5.649333	1	0	0	0
9	7	2	8.300705	0	1	0	0
10	8	2	10.027703	0	0	1	0
11 3 6.359450 0 1 0 0 12 3 10.978387 0 0 1 0 13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 16 4 12.137841 0 0 0 1 17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 1 0 22 6 10.100314 1 0	9	2	2.520644	0	0	0	1
12 3 10.978387 0 0 1 0 13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 0 1 0 18 5 9.154872 1 0 0 0 1 19 5 8.232540 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1	10	3	5.179950	1	0	0	0
13 3 3.825372 0 0 0 1 14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 1 0 0 2 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1	11	3	6.359450	0	1	0	0
14 4 5.889375 1 0 0 0 15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 0 1 25 6 6.064354 0 0 0 1 0 0 0 1 0	12	3	10.978387	0	0	1	0
15 4 7.374288 0 1 0 0 16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 1 24 6 12.965069 0 0 1 0 0 1 25 6 6.064354 0 0 0 1 0 0 0 1 <td>13</td> <td>3</td> <td>3.825372</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td>	13	3	3.825372	0	0	0	1
16 4 12.137841 0 0 1 0 17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1	14	4	5.889375	1	0	0	0
17 4 4.470294 0 0 0 1 18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0	15	4	7.374288	0	1	0	0
18 5 9.154872 1 0 0 0 19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0	16	4	12.137841	0	0	1	0
19 5 8.232540 0 1 0 0 20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 0 30 8 11.297148 1 0 0 0 1 31 8 1	17	4	4.470294	0	0	0	1
20 5 9.751812 0 0 1 0 21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 0 25 7 9.866475 1 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 <td< td=""><td>18</td><td>5</td><td>9.154872</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></td<>	18	5	9.154872	1	0	0	0
21 5 4.219973 0 0 0 1 22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0	19	5	8.232540	0	1	0	0
22 6 10.100314 1 0 0 0 23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 0 26 7 9.866475 1 0 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 0 30 8 11.297148 1 0 0 0 1 31 8 12.031481 0 1 0 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 0 1 33 8 7.638043 0	20	5	9.751812	0	0	1	0
23 6 12.016091 0 1 0 0 24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1	21	5	4.219973	0	0	0	1
24 6 12.965069 0 0 1 0 25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0	22	6	10.100314	1	0	0	0
25 6 6.064354 0 0 0 1 26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0	23	6	12.016091	0	1	0	0
26 7 9.866475 1 0 0 0 27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0	24	6	12.965069	0	0	1	0
27 7 12.749116 0 1 0 0 28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1	25	6	6.064354	0	0	0	1
28 7 14.612295 0 0 1 0 29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	26	7	9.866475	1	0	0	0
29 7 7.606418 0 0 0 1 30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	27	7	12.749116	0	1	0	0
30 8 11.297148 1 0 0 0 31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	28	7	14.612295	0	0	1	0
31 8 12.031481 0 1 0 0 32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	29	7	7.606418	0	0	0	1
32 8 11.969883 0 0 1 0 33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	30	8	11.297148	1	0	0	0
33 8 7.638043 0 0 0 1 34 9 11.687142 1 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	31	8	12.031481	0	1	0	0
34 9 11.687142 1 0 0 0 0 0 35 9 14.194724 0 1 0 0 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	32	8	11.969883	0	0	1	0
35 9 14.194724 0 1 0 0 36 9 14.284577 0 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	33	8	7.638043	0	0	0	1
36 9 14.284577 0 0 1 0 1 0 37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	34	9	11.687142	1	0	0	0
37 9 8.533405 0 0 0 1 38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	35	9	14.194724	0	1	0	0
38 10 10.663011 1 0 0 0 39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	36	9	14.284577	0	0	1	0
39 10 12.152527 0 1 0 0 40 10 15.663455 0 0 1 0	37	9	8.533405	0	0	0	1
40 10 15.663455 0 0 1 0	38	10	10.663011	1	0	0	0
	39	10	12.152527	0	1	0	0
41 10 7.814745 0 0 0 1	40	10	15.663455	0	0	1	0
	41	10	7.814745	0	0	0	1

(1) $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ \leftarrow ダミーなし

回帰	統計							
重相関 R	0.63013							
重決定 R2	0.397064							
補正 R2	0.381197							
標準誤差	2.288237							
観測数	40							
分散分析表	<u> </u>							
	自由度	変動	分散	リされた分キ	有意 F			
回帰	1	131.031	131.031	25.02489	1.32E-05			
残差	38	198.969	5.236026					
合計	39	330						
	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	0.809394	1.005036	0.805339	0.425635	-1.22519	2.843982	-1.22519	2.843982
X	0.519968	0.103942	5.002489	1.32E-05	0.309549	0.730387	0.309549	0.730387

重相関R 0.63013 $\rightarrow \widehat{Y}_i$ と Y_i との相関係数

重決定 R2 0.397064 \rightarrow 決定係数 (= \hat{Y}_i と Y_i との相関係数の二乗)

補正 R2 0.381197 → 自由度修正済み決定係数

標準誤差 2.288237 → 回帰式の標準誤差 s

観測数 40 → 標本数 (データ数) n

回帰 $1 \quad 131.031 \rightarrow \sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2$

残差 38 198.969 $\rightarrow \Sigma \hat{\mathbf{u}}_{i}^{2}$

残差 38 198.969 5.236026
$$\rightarrow \frac{1}{n-k} \sum \hat{u}_i^2 = s^2$$

合計 39 330
$$\rightarrow \sum (Y_i - \overline{Y})^2$$

	係数					
切片	0.809394					
X	0.519968	→ 推定値	(上段は	$\hat{\alpha}$.	下段は	\widehat{R}

標準誤差

1.005036

0.103942 ightarrow 各係数の標準誤差(上段は $s_{\widehat{a}}$,下段は $s_{\widehat{eta}}$)

t

0.805339

5.002489

 $m{t}$ 値(上段は $m{H}_0: m{lpha} = m{0}$,下段は $m{H}_0: m{eta} = m{0}$ の検定)

下限 95% 上限 95% 下限 95.0%上限 95.0%

-1.22519 2.843982 -1.22519 2.843982

0.309549 0.730387 0.309549 0.730387

 \rightarrow 右 2 列:95%信頼区間(上段は α , 下段は β の信頼区間),

左2列:95%信頼区間(99%信頼区間などに変更可)

 $25.02489 \rightarrow \frac{131.031/1}{198.969/38}$

定数項を除く回帰係数がすべてゼロという仮説の検定

(2) $Y_i = \alpha + \beta X_i + \alpha_1 dI_i + \alpha_2 dI_i + \alpha_3 dI_i + u_i$ ← 季節ダミー付き

回帰	統計							
重相関 R	0.894315							
重決定 R2	0.799799							
補正 R2	0.776918							
標準誤差	1.373904							
観測数	40							
分散分析表	ξ.							
	自由度	変動	分散	リされた分キ	有意 F			
回帰	4	263.9336	65.98339	34.956	8.95E-12			
残差	35	66.06645	1.887613					
合計	39	330						
	係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	-0.27837	0.653879	-0.42571	0.672922	-1.60581	1.04908	-1.60581	1.04908
X	1.047362	0.088574	11.82472	8.87E-14	0.867548	1.227177	0.867548	1.227177
d1	-2.91454	0.662023	-4.40247	9.6E-05	-4.25851	-1.57056	-4.25851	-1.57056
d2	-4.66975	0.730397	-6.39344	2.35E-07	-6.15253	-3.18696	-6.15253	-3.18696
d3	-7.09509	0.858806	-8.26157	9.74E-10	-8.83856	-5.35162	-8.83856	-5.35162

● 緑色の 34.956 は、定数項を除くすべての回帰係数がゼロという仮説 ($\beta = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$) の検定統

計値で、
$$\frac{263.9336/4}{66.06645/35} = \frac{65.98339}{1.887613} = 34.956$$

この値と, F_{0.05}(4,35)=2.65(2.69と2.61の間)を比較する。

34.956>2.65 なので、定数項を除くすべての回帰係数がゼロという仮説 ($\beta = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$) は棄却される。

- 季節性があるかどうか (d1i, d2i, d3i を含めるかどうか) の検定: (1)式と(2)式の比較
- (1) 式は制約付き回帰式: $\Sigma \widetilde{u}_i^2 = 198.696$, $\widetilde{R}^2 = 0.397064$
- (2) 式は制約なし回帰式: $\sum \widehat{u}_i^2 = 66.06645$, $\widehat{R}^2 = 0.799799$

残差平方和を用いて,
$$\frac{(\sum \widetilde{u}_i^2 - \sum \widehat{u}_i^2)/G}{\sum \widehat{u}_i^2/(n-k)} = \frac{(198.969 - 66.06645)/3}{66.06646/35} = 23.47$$

決定係数を用いて,
$$\frac{(\widehat{R}^2-\widetilde{R}^2)/G}{(1-\widehat{R}^2)/(n-k)} = \frac{(0.799799-0.397064)/3}{(1-0.799799)/35} = 23.47$$

この数値と F_{0.05}(3, 35) = 2.88(2.92 と 2.84 の間)

23.47>2.88 なので、季節ダミーは必要と結論づける。(2通りの方法)

ついでに,

 $Y_i = \alpha + \beta X_i + \alpha_1 dI_i + \alpha_2 dZ_i + \alpha_3 dS_i + \alpha_4 dA_i + u_i$ ← 季節ダミー4 つ付き下記の計算結果が得られる。

回帰	統計							
重相関 R	0.894315							
重決定 R2	0.799799							
補正 R2	0.748347							
標準誤差	1.373904							
観測数	40							
分散分析表	ξ							
	自由度	変動	分散	リされた分キ	有意F			
回帰	5	263.9336	52.78671	34.956	1.82E-12			
残差	35	66.06645	1.887613					
合計	40	330						
	係数	標準誤差	t	P-值	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	-7.37345	1.17218	-6.29037	3.21E-07	-9.75311	-4.9938	-9.75311	-4.9938
Х	1.047362	0.088574	11.82472	8.87E-14	0.867548	1.227177	0.867548	1.227177
d1	4.18055	0.708883	5.897375	1.05E-06	2.741441	5.61966	2.741441	5.61966
d2	2.425339	0.647759	3.7442	0.00065	1.110318	3.740359	1.110318	3.740359
d3	0	0	65535	#NUM!	0	0	0	0
d4	7.095087	0.858806	8.261567	#NUM!	5.351617	8.838556	5.351617	8.838556