

「経済学特論（経済時系列分析入門）」 課題レポート

締め切り： 2020年4月27日, PM23:59:59

- 必ず, 氏名・学籍番号を解答用紙に書いてください。
- tanizaki@econ.osaka-u.ac.jp 宛に解答を送ってください。
- Subject に「時系列」としてください。でなければ, メールがごみ箱に行く可能性があります。

1 X_1, X_2, \dots, X_n は互いに独立で $f(x_i; \theta)$ の分布に従うものとする。尤度関数は,

$$L(\theta; x) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

と表される。 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ とする。 θ はパラメータである。簡単化のために θ はスカラーとする。

(1) x をその確率変数 X に置き換えて,

$$E\left[\frac{\partial \log L(\theta; X)}{\partial \theta}\right] = 0$$

を証明しなさい。ただし, \log は自然対数とする。

(2) 対数尤度関数の2階微分の期待値のマイナスを $I(\theta)$ と下記のように定義される。

$$I(\theta) \equiv -E\left[\frac{\partial^2 \log L(\theta; X)}{\partial \theta^2}\right]$$

$I(\theta)$ はフィッシャーの情報行列と呼ばれる。このとき,

$$I(\theta) = E\left[\left(\frac{\partial \log L(\theta; X)}{\partial \theta}\right)^2\right] = V\left(\frac{\partial \log L(\theta; X)}{\partial \theta}\right)$$

を証明しなさい。

(3) θ の不偏推定量を $\hat{\theta}(X)$ と表す。このとき,

$$V[\hat{\theta}(X)] \geq I(\theta)^{-1}$$

となることを証明しなさい。