

$A = \{ \text{数学が好きと答えた学生} \}$

$B = \{ \text{経済学部の学生} \}$

$A \cap B = \{ \text{数学が好きと答えた経済学部の学生} \}$

$P(A|B)$ は数学が好きと答えた経済学部生の確率を表す。

4. 例題 3.2 (P.39) の変形, P.44 の問題 3.6: ある大学の経済学部 (E) 300 人, 法学部 (J) 200 人の合計 500 人の学生について, 数学が好き (M) か嫌い (M^c) かを調査したところ次の結果を得た。

	経済学部 (E)	法学部 (J)
数学が好き (M)	30	20
数学が嫌い (M^c)	70	80
計	100	100

ただし，表中の数値は % で表されているものとする。

(a) 経済学部の学生でしかも数学が好きと答えた学生の確率，

すなわち， $P(E \cap M)$ について

$$P(E \cap M) = P(M|E)P(E)$$

$$P(E) = 300/(300 + 200) = 0.6,$$

$$P(M|E) = 0.3 \text{ により，}$$

$$P(E \cap M) = P(M|E)P(E) = 0.6 \times 0.3 = 0.18$$

(b) 数学が好きと答えた学生の中で経済学部の学生の確率，

すなわち， $P(E|M)$ について

$$P(E|M) = P(E \cap M)/P(M)$$

$$P(E \cap M) = 0.18$$

$$P(M) = P(\Omega \cap M) = P((E \cup J) \cap M) = P((E \cap M) \cup (J \cap M)) = P(E \cap M) + P(J \cap M) =$$

$$P(M|E)P(E) + P(M|J)P(J) = 0.3 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4$$

$$P(E|M) = 0.18 / (0.18 + 0.08) = 9/13$$

5. $P(A|B) = P(A)$

⇒ 事象 A と B が独立

⇒ 事象 B が起こる確率は事象 A が起こる確率に依存しない

6. 事象 A と B が独立のとき ,

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

4 確率変数と確率分布 (P.45)

変数 \implies 離散型変数, 連続型変数

確率変数 \implies 離散型確率変数, 連続型変数変数

4.1 確率変数 (P.46)

4.1.1 離散型確率変数 (P.46)

コイン投げで, 表が出ると 0 , 裏が出ると 1 という数字で表す。

$0, 1$ という値をとる変数 X を考える。

$X = 0 \implies$ 表が出たことを意味する

$X = 1 \implies$ 裏が出たことを意味する

$$X(\{\text{表が出る}\}) = 0, \quad X(\{\text{裏が出る}\}) = 1$$

確率変数： X のように， X のどの値が出るか確実には分からないが，その確率が分かっている変数

確率変数 X は標本点 ω の関数であり，

確率変数 X が実現値 x をとる確率は，

$$P(X(\omega) = x) = P(X = x) = \frac{1}{2}, \quad x = 0, 1$$

と書かれる。

この場合，確率変数 X の取りうる値は $0, 1$ の不連続な値である。

不連続な値しか取らない確率変数 \implies 離散型確率変数

確率変数の値に対応する確率の系列 \implies 確率分布，特に，離散型確率分布

X の取る値	0	1	計
その確率	1/2	1/2	1

一般的に，離散型確率変数 X が $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ の値を取り，その確率を $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots$ とする。

X の取る値	x_1	x_2	\cdots	x_i	\cdots	計
その確率	p_1	p_2	\cdots	p_i	\cdots	1

注) 度数分布表では, x_i は階級値, p_i は相対度数にそれぞれ対応する。

$$P(X = x_i) = p_i$$

確率 p_i は確率変数 X の取りうる値に依存する。したがって, p_i は X の取りうる値の関数と考えられる。

$$p_i = f(x_i), \quad i = 1, 2, \cdots$$

$f(x_i)$ を確率変数 X の確率関数という。

確率が非負，確率の総和が 1 なので，

$$p_i = f(x_i) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$\sum_i p_i = \sum_i f(x_i) = 1$$

確率変数 X が x 以下の値をとる確率 \implies 分布関数，累積分布関数 $F(x)$

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X \leq x) \\ &= \sum_{i=1}^r p_i \\ &= \sum_{i=1}^r f(x_i), \end{aligned}$$

ただし， r は $x_r \leq x < x_{r+1}$ を満たす。