

$$= 0.3 + 0.2 = 0.5$$

$$P(Z = 3) = P(X = 2, Y = 1)$$

$$= 0.1$$

よって、 Z の確率分布は、

| | | | | |
|--------|------------|------------|------------|----------|
| Z | 1 | 2 | 3 | 計 |
| $P(Z)$ | 0.4 | 0.5 | 0.1 | 1 |

となる。

6. Y の周辺分布の平均と分散は？

$$\mathbf{E}(Y) = \sum_i \sum_j y_j p_{ij}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_j y_j p_{\cdot j} \\ &= 0 \times 0.6 + 1 \times 0.4 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(Y) &= \mathbf{E}((Y - \mu_y)^2) \\ &= \mathbf{E}(Y^2) - \mu_y^2 \\ &= \sum_i \sum_j y_j^2 p_{ij} - \mu_y^2 \\ &= \sum_j y_j^2 p_{\cdot j} - \mu_y^2 \\ &= 0^2 \times 0.6 + 1^2 \times 0.4 - 0.4^2 \\ &= 0.24 \end{aligned}$$

7. X と Y の共分散は？

$$\begin{aligned}\mathbf{Cov}(X, Y) &= \mathbf{E}((X - \mu_x)(Y - \mu_y)) \\ &= \mathbf{E}(XY) - \mu_x\mu_y \\ &= \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij} - \mu_x\mu_y \\ &= 1 \times 0 \times 0.4 + 1 \times 1 \times 0.3 \\ &\quad + 2 \times 0 \times 0.2 + 2 \times 1 \times 0.1 \\ &\quad - 1.3 \times 0.4 \\ &= -0.02\end{aligned}$$

8. X と Y の相関係数は？

$$\rho_{xy} = \frac{\mathbf{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\mathbf{V}(X)} \sqrt{\mathbf{V}(Y)}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-0.02}{\sqrt{0.21} \sqrt{0.24}} \\ &= -0.089 \end{aligned}$$

5 正規分布と正規分布表 (P.71)

確率変数

- 離散型確率変数 \Rightarrow 2 項分布 , ...
- 連続型確率変数 \Rightarrow 正規分布 , カイ 2 乗 (χ^2) 分布 , t 分布 , ...

5.1 正規分布の特性 (P.72)

正規分布の確率密度関数 $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right)$$

ただし, $\exp(x) = e^x$ とする。 $\pi = 3.141592$ (円周率), $e = 2.718282$ (自然対数の底) に注意。

$$\mathbf{E}(X) = \mu, \quad \mathbf{V}(X) = \sigma^2$$

⇒ 平均 μ , 分散 σ^2 の正規分布

$$\Rightarrow N(\mu, \sigma^2)$$

確率変数 X が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う