$\Longrightarrow X \sim N(\mu, \sigma^2)$

正規分布の確率密度関数 $\Longrightarrow$ 図 5.1

性質：

1. $x = \mu$ **に関して左右対称**

2. **正規分布の平均，メディアン (中央値)，モード (最頻値) はすべて等しく** μ

3. **下側の面積の合計は 1 $\Longrightarrow$ 連続型確率密度関数の性質**

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathbf{d}x = 1$$

$N(0, 1) \Longrightarrow$ **標準正規分布**

重要：

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ **とする。このとき，基準化 (標準化) すると，** $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ **となる。**
(P.56 の定理 4.4 を参考に)

重要：

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ **は互いに独立で，** X_i **は平均** μ**，分散** σ^2 **の正規分布に従うとする。**

このとき， $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(\mu, \dfrac{\sigma^2}{n})$ **となる。(P.62，定理 4.9 を参考に)**

さらに，基準化 (標準化) すると， $\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ **となる。**

5.2　正規分布表の使い方 (P.74)

分布関数 $F(x)$

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathbf{d}t$$

$f(t)$ **が正規分布の確率密度関数のとき，積分の計算は手計算は不可能**

$\Longrightarrow$ **正規分布表 (P.75, P.251) の利用**

正規分布表 (P.75, P.251) $\Longrightarrow$ **標準正規分布** $N(0,1)$ **の確率を求める**

$Z \sim N(0,1)$ **について，**

$$P(Z > 1.96) = ?$$

正規分布表では，標準正規分布 $N(0, 1)$ **の上側確率が計算されている。**

上側確率： Z **がある値** z **より大きくなる確率** $P(Z > z)$

$P(Z > z) = \alpha$ **となるとき，** z **のことを 100**α **% 点という。**

$P(|Z| > z) = \alpha$ **を両側確率と呼ぶ。**

$P(|Z| > z) = \alpha$ **となるとき，** z **のことを 100**$\alpha/2$ **% 点という。**

$P(Z > 1.96) = 0.0250$

例題 5.1 (P.75)： $P(Z \geq 1.64) = P(Z > 1.64) = 0.0505$

例題 5.2 (P.76)： $P(Z < 1.96) = 1 - P(Z \geq 1.96) = 1 - 0.0250 = 0.9750$

例題 5.3 (P.76)： $P(Z < -1.96) = P(Z > 1.96) = 0.0250$

例題 5.4 (P.77)： $P(-1.96 < Z < 1.64)$

$= 1 - P(Z > 1.64) - P(Z > 1.96)$

$= 1 - 0.0505 - 0.0250 = 0.9245$

例題 5.5 (P.77)： $P(0.25 < Z < 1.96)$

$= P(Z > 0.25) - P(Z > 1.96)$

$= 0.4013 - 0.0250 = 0.3763$

例題 5.6 (P.78)： $X \sim N(5, 2^2)$ **のとき，** $P(6 < X < 8) = ?$

解答： $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$ **を利用する。**

$Z = \dfrac{X - 5}{2} \sim N(0, 1)$ **なので，**

$$P(6 < X < 8)$$

$$= P(\frac{6-5}{2} < \frac{X-5}{2} < \frac{8-5}{2})$$

$$= P(0.5 < Z < 1.5)$$

$$= P(Z > 0.5) - P(Z > 1.5)$$

$$= 0.3085 - 0.0668 = 0.2417$$