

組織論補足資料

ある個体群における組織の数の動きを、異なる形態を持つ組織間の競争を考慮にいれてモデル化してみる。まず、1つの形態の組織数の成長率を以下のようにとらえる。

$$\frac{dN}{dt} = \rho_N N, \quad (1)$$

N は組織の数であり、 ρ_N は組織数の成長率である。 ρ_N は、出生率 λ_N と死亡率 μ_N を用いて、以下のように定義される。

$$\rho_N = \lambda_N - \mu_N.$$

ここで、出生率は組織の数の増加と比例して低下し、死亡率は組織の数の増加と比例して上昇すると仮定する。

$$\begin{aligned} \lambda_N &= a_0 - a_1 N, & a_1 > 0 \\ \mu_N &= b_0 + b_1 N. \end{aligned}$$

上記の式から以下の式が導かれる。

$$\frac{dN}{dt} = \pi_1 N - \pi_2 N^2, \quad (2)$$

ここで、 $\pi_1 = a_0 - b_0 > 0$ および $\pi_2 = a_1 + b_1 > 0$ である。成長率がゼロとなる条件の1つは、 $N = \pi_1/\pi_2$ であるが、これを環境容量とよび、 K であらわす。 K を用いて式を書き直すと、

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(\frac{K - N}{K} \right). \quad (3)$$

となる。 $r = a_0 - b_0$ を内在的成長率と呼ぶ。ここで、競争概念を導入する。競争関係にある別の形態の組織の密度が、もう一方の組織の環境容量に与える影響を直線的と仮定すると、

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{K_1 - \alpha_{12} N_2 - N_1}{K_1} \right), \quad (4)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\frac{K_2 - \alpha_{21} N_1 - N_2}{K_2} \right). \quad (5)$$

N_1 と N_2 のゼロでない均衡条件を求めると、以下ようになる。

$$\frac{1}{\alpha_{21}} < \frac{K_2}{K_1} < \alpha_{12}.$$

参考文献

Hannan, Michael T. & Freeman, John. (1989). Organizational ecology. Cambridge, MA: Harvard University Press.