



Discussion Papers In Economics And Business

失業給付と子ども数

池田亮一

Discussion Paper 15-23

Graduate School of Economics and
Osaka School of International Public Policy (OSIPP)
Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, JAPAN

失業給付と子ども数

池田亮一

Discussion Paper 15-23

September 2015

Graduate School of Economics and
Osaka School of International Public Policy (OSIPP)
Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, JAPAN

失業給付と子ども数*

池田 亮一†

本稿では、失業給付財源としての所得税が失業及び出生率にもたらす影響を調べるために、解析的な分析を行った。世代重複モデルに失業をとりこみ、雇用される家計と失業して失業給付を受ける家計を導入し、失業給付が両家計の子ども数に与える影響を分析した。その中で、失業給付代替率の引き上げが被用者および失業者の子ども数を増やす（減らす）条件が導出され、さらにはその条件にかかわらず、失業給付代替率の引き上げが経済全体の子ども数を必ず減少させることがわかった。また失業給付代替率の引き上げが経済全体の子ども数を必ず減少させる理由、また被用者と失業者の子ども数を増加（減少）させる解析的な条件は、筆者の知る限り、本稿によって、初めて明らかになったことである。失業給付の重要性は言うまでもないが、出生率に及ぼしうる悪影響をも多少は考慮しなければならないであろう。

*本稿の原稿は、筆者の博士論文『社会保障政策の再検討—失業を考慮した分析—』第3章のために書き下ろしたものである。本稿を執筆する際に、佐々木勝教授、西村幸浩准教授および赤井伸郎教授（以上、大阪大学）、足立泰美氏、立福家徳氏（以上、大阪大学大学院（当時））から有益なコメントを頂いた。記してこれに感謝する。なお、言うまでもなく、本稿に残っている可能性のある誤りは、すべて筆者の責任である。

† 大阪大学大学院経済学研究科招へい研究員・徳島大学総務部

失業給付と子ども数

1 はじめに

昨今の少子高齢化の中、世代重複モデルと人口（経済全体の出生率）に関する分析が盛んに行われている。国内の論文でも、本稿と直接関連するものだけでも、加藤(2001)、小塩(2001)、安岡(2006)(2007a)(2007b)などがある。彼らの研究は、シンプルなモデル構成から極めて有意義な政策インプリケーションを導出でき、きわめて興味深い。ただし、彼らの分析は、すべて完全雇用を前提としている。しかし、現実社会には失業が存在する。最近（2015年現在）改善の兆しが見え始めているとはいえ、大学（院）、高校、中学校の新規学卒者が就職できないことが社会問題となっている。就職できないと、家族を養えず、当然子どもを持つことができないが、これは明らかに出生率に影響をもたらすだろう。実際、増田(2008)においても、（出産しないという前提となりうる）未婚者が増える理由として、パートや派遣など、非正規雇用の増大をあげている。パートや派遣などの非正規雇用、さらには失業などの低所得状態が低出生率をもたらすことは、十分示唆できる。理論的には、Daveri and Tabellini(2000)など労働組合賃金交渉モデルの教えるところでは、所得に課せられた年金や保険料が上昇すると、失業もまた増加する。また、実証分析においても、戸田(2007)において、雇用状況の改善が出生率に、わずかながらプラスの影響を及ぼすことが示されている。このように、雇用状況と経済全体の出生率は密接な関係にある。Ahn and Mira(2002)によれば、失業には所得効果があり、子ども数にマイナス効果を持つ。実際、Ahn and Mira(2002)においては、スペイン、イタリア、ギリシャ、アイルランドで失業と出生率の負の相関を見出しているのである。

では、失業者のために、失業給付を増額すれば、失業の所得効果を回避でき、出生率は回復するだろうか。問題はそれほど単純ではない。Demmel and Keuschnigg(2000)の枠組みに従えば、本稿で分析するような、失業給付のための所得増税は失業者を増やす。また増税自体が可処分所得を減少させるので、被用者の所得を減少させる。それは被用者の子ども数に対してマイナス要因となりうる。また、失業率の上昇（雇用率の低下）は、生産の低下をもたらすので、失業給付のための所得税増税にもかかわらず、失業者の所得が増えるかどうかは不透明である。そうすると、失業給付のための所得税増税は、失業者の子ども数を増加させるかどうかすらわからない。より一層の研究蓄積が必要なゆえんである。それにもかかわらず、今まで失業と出生率について扱った研究は、Fanti and Gori(2007a)(2012)と池田(2011)(2012)などぐらいである。むろん完全雇用を前提とした加藤(2001)などの先行研究においては、失業と出生率の研究は行われていない。しかし、前述したように、失業給付のための所得税と失業、あるいは失業と出生率のリンクは、社会政策上も極めて重要であるし、失業の増加を通じたパラドキシカルな結論が出れば、それも面白い。これが、本稿を執筆した動機である。

Fanti and Gori(2007a)(2007c)(2012)、池田(2012)において失業が導入されているが、彼らのモデルでは、1種類の代表的個人が、与えられた労働時間の一定割合だけ雇用され、一定割合だけ失業するという設定になっている。被用者と失業者では、経済格差が存在するはずで、被用者の子ども数と失業者のそれが、増税でどのように変化するか分析が必要ははずだが、そのためには、彼らのモデルと異なり、明確に家計を被用者のそれと失業者のそれに分ける必要がある。本稿では、被用者と失業者と、2種類の主体を導入して分析を行いたい¹。

¹ Fanti and Gori(2007a)(2007c)、池田(2012)のように、すべての労働者が同じだけの一定期間だけ失業していると仮定し、一生失業する労働者はいないと仮定するほうが妥当だという考えもあるかもしれない。しかし、そのようなモデルでは、被用者の家計と比較した失業者の育児行為について分析するのは難しい。本稿では、失業

池田(2011)においても、本稿と同様の仮定が置かれているが、池田(2011)においては、失業給付が経済全体の子ども数に及ぼすのみ分析が行われている。本稿は池田(2011)をベースにするが、池田(2011)において扱われてこなかった被用者、失業者それぞれの子ども数が、失業給付代替率の引き上げでどのように変化するかについて分析したい。それと同時に、経済全体の子ども数に及ぼす影響について、もう少し掘り下げて分析を行いたい。

失業が存在するメカニズムであるが、本稿では、Daveli and Tabellini(2000)、Demmel and Keuschnigg(2000)にあるような、労働組合賃金交渉モデルを用いる。平成26年度労働組合基礎調査によれば、日本では労働組合の組織率は17.5パーセントと低いが、春闘などに代表されるように労働組合によって賃金交渉が行われる。それは労働組合が結成されていない企業の賃金にも間接的に影響し、また公務員等の給与も、民間企業の賃金を参考に決定されている。これは理論的には賃金と労働の限界生産性との乖離をもたらすし、失業をもたらすし、池田(2011)が主張するように、現実の日本でも、多少ともその効果は現れているとも考えられる²。これらを考えて、日本においても労働組合賃金交渉モデルを用いるのは妥当と考えた。本稿では、加藤(2001)、小塩(2001)、安岡(2006)(2007b)、Fanti and Gori(2007b)によって分析された世代重複モデルに、Daveli and Tabellini(2000)、Demmel and Keuschnigg(2000)によった形で失業を導出する。

本稿の目的は以下の3つである。第一に、失業給付の財源と雇用の関係について分析すること、第二に失業給付と出生率（経済全体の出生率および被用者、失業者それぞれの出生率）について分析すること、もう一つの目的は、失業を伴うモデルの、極めてシンプルなものを提示することである。

2 家計

家計は、若年期と老年期の2期間生存する。家計は、若年期の消費 c_t^{0e} (c_t^{0u})、老年期の消費 c_{t+1}^{1e} (c_{t+1}^{1u})、および子どもの数 n_t^e (n_t^u) から効用を得る。なお、変数右上添え字 e は被用者、添え字 u は失業者、変数の右下添え字 t ($t+1$) は t 期 ($t+1$ 期) をあらわすとする。

育児には、育児コスト m (定数) がかかるものとする³。

した家計の子ども数にスポットを当てるため、失業者は一生の間失業しているという、やや強い仮定を用いた。

² 黒田・山本(2005)には、「…名目賃金が下方硬直的となる理由の1つに労働組合の存在をあげることができる」とある。また、牛嶋(2004)においては、実際に労働組合の賃金交渉に基づく推計式が有意に推計されている。名目賃金の下方硬直性は失業をもたらすということは、容易に推測できる。労働組合賃金交渉モデルにはさまざまなバリエーションがあり、牛嶋(2004)のモデルと本稿のそれとは必ずしも一致しないとはいえ、日本においても労働組合賃金交渉において下方硬直性が発生し、それが失業に影響しているということまでは言えるであろう。また、労働組合賃金交渉モデルは、失業を導入できるもっとも簡単かつ標準的なモデルである。Daveli and Tabellini(2000)、Demmel and Keuschnigg(2000)、池田(2011)(2012)を参照されたい。

³ 育児コストについては、育児のために退職するなどの、労働供給に関する親の機会費用は、簡単のため考慮していない。このため、被用者と失業者の育児コストが全く同じである。また本稿では男性と女性とを区別しておらず、男女の機会費用の差についても考慮していない。

2.1. 被用者

被用者は、次の最大化問題を解く。

$$\text{Max } \alpha \ln c_t^{0e} + \beta \ln c_{t+1}^{1e} + \gamma \ln n_t^e \quad (1)$$

s.t.

$$c_t^{0e} + mn_t^e + s_t^e = (1 - \tau_{ur}) w_t$$

$$c_{t+1}^{1e} = (1 + r_{t+1}) s_t^e$$

$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ 、 $\alpha + \beta + \gamma = 1$ は効用関数の選好パラメータである。 c_t^{0e} は被用者の若年期の消費、 c_{t+1}^{1e} は被用者の老年期の消費、 n_t^e は被用者の子ども数、 s_t^e は被用者の貯蓄、 w_t は賃金、 r_{t+1} は利子率である。なお、 τ_{ur} は失業給付のための所得税率であり、 $\tau_{ur} > 0$ を仮定する。

これを解くと、

$$n_t^e = \frac{\gamma}{m} (1 - \tau_{ur}) w_t \quad (2)$$

$$s_t^e = (1 - \alpha - \gamma) (1 - \tau_{ur}) w_t = \beta (1 - \tau_{ur}) w_t \quad (3)$$

が求められる。

2.2. 失業者

失業者についても、同様に、効用最大化問題

$$\text{Max } \alpha \ln c_t^{0u} + \beta \ln c_{t+1}^{1u} + \gamma \ln n_t^u \quad (4)$$

$$\text{s.t. } c_t^{0u} + mn_t^u + s_t^u = p_t$$

$$c_{t+1}^{1u} = (1 + r_{t+1}) s_t^u$$

を解く。 c_t^{0u} は失業者の若年期の消費、 c_{t+1}^{1u} は失業者の老年期の消費、 n_t^u は失業者の子ども数、 p_t は失業給付、 s_t^u は失業者の貯蓄である⁴。これを解くと、

$$n_t^u = \frac{\gamma}{m} p_t \quad (5)$$

$$s_t^u = (1 - \alpha - \gamma) p_t = \beta p_t \quad (6)$$

⁴ 本稿のモデルにおいては、失業給付を貯蓄できると仮定している。日本では、生活保護は、日本では貯蓄できない。本稿の失業給付は、日本の生活保護ではなく、一般的な失業給付と考えられたい。失業給付を貯蓄できると仮定することで、モデルが著しく簡単になる。Demmel and Keuschnigg(2000)、池田(2011)を参照されたい。

となる。

3 企業と労働組合

3.1. 企業

企業は、利子率 r_t と、賃金 w_t を所与として利潤を最大化する。

$$\text{Max } AK_t^\theta (l_t L_t)^{1-\theta} - w_t l_t L_t - (1+r_t) K_t \quad (7)$$

K_t は資本ストック、 L_t は t 期の人口、 l_t は雇用率、 $\theta (0 < \theta < 1)$ は生産関数のウェイトパラメータである。

(7)式を t 期の若年期の人口 L_t で割り、

$$\text{Max } Ak_t^\theta l_t^{1-\theta} - w_t l_t - (1+r_t) k_t \quad (8)$$

を考えても同値である。資本は1期で完全減耗すると仮定する。 k_t は一人当たり資本ストックである。利潤最大化条件から

$$w_t = (1-\theta) Ak_t^\theta l_t^{-\theta} \quad (9)$$

$$1+r_t = \theta Ak_t^{\theta-1} l_t^{1-\theta} \quad (10)$$

が求まる。また $-\frac{l_t}{w_t} \frac{\partial w_t}{\partial l_t} = \theta$ (11)

が成立する。これは、雇用率に関する賃金の弾力性である。

3.2. 労働組合

労働組合が存在し、競争原理より高い賃金が決定される。ゆえに、本稿の経済では失業が存在する。独占的組合を想定する。雇用されたときの賃金と雇用されなかったときの失業給付の期待値を最大化する。Daveri and Tabellini(2000)にならい、失業したときには、失業給付 $p_t = \delta x_t = \delta Ak_t^\theta l_t^{1-\theta}$ の給付を受ける。 $x_t = Ak_t^\theta l_t^{1-\theta}$ は一人当たり生産であり、その一定割合 δ をかけたものが、失業給付となる。労働組合は、企業に雇用されたときの税引き賃金 $(1-\tau_w)w_t$ と失業したときの失業給付 p_t からなる、労働組合員の期待収入からなる次式

$$\text{Max } l_t(w_t)(1-\tau_w)w_t + (1-l_t(w_t))p_t \quad (12)$$

を賃金 w_t について最大化する。

労働組合は、雇用率の変化が失業給付 p_t に及ぼす影響を考えずに行動する⁵。ここで、雇用率 l_t は、賃金 w_t の関数であることに注意する必要がある⁶。結果、

$$w_t = \frac{p_t}{(1-\theta)(1-\tau_{ut})} = \frac{\delta x_t}{(1-\theta)(1-\tau_{ut})} \quad (13)$$

となるので、最終的に

$$l_t = \frac{(1-\tau_{ut})(1-\theta)^2}{\delta} \quad (14)$$

が求められる⁷。

4 政府

⁵ このように労働組合が行動するという仮定は、Demmel and Keuschnigg(2000)に倣った。実際の労働組合も、賃金決定が雇用率に及ぼす影響まで考慮に入れているとは考えにくいので、この仮定は妥当であろう。このことの別の説明として、Daveri and Tabellini(2000)においては、労働組合は、賃金交渉を行える程度には大きな組織であるが、税率や利率（雇用率の関数である）を自分で決定できるほどには大きくないとしている。イギリスにおける所得調査制求職者手当（Income-based JSA）においては、税金を財源とし、保険料拠出を前提とせず、（長期的には雇用率や資本ストックからなる一人当たり生産に影響を受けるであろうが）少なくとも短中期的には、失業率によらず一定額の求職者手当が給付される。本稿における、労働組合が近視眼的に行動するという仮定は、このイギリスの所得調査制求職者手当をイメージするとよいかもかもしれない。労働政策研究・研修機構(2013)には、イギリスを含めた各国の、失業給付などセーフティネットを含む労働事情や労働制度が、詳細に記されている。

⁶ Fanti and Gori(2007a)が”short run (current) unemployment rate”という文言で示唆するとおり、労働組合は、労働の需要関数(8)式において、資本ストックが一定で変更できない、いわば短期の労働需要関数を想定している。Daveli and Tabellini(2000)、Demmel and Keuschnigg(2000)、Fanti and Gori(2007b)、Ono(2007)(2008)なども、暗黙のうちにそのような仮定をおいている。

⁷ 本稿で失業率がこのような形で導出されるのは、失業給付 p_t が1人当たり総生産 $x_t = Ak_t^\theta l_t^{1-\theta}$ の一定割合であるということと、生産関数がコブ＝ダグラス型効用関数であること、そして労働組合の目的関数が雇用された時の賃金と雇用されなかった時の失業給付の期待値であることに依存する。Ono(2007)においては、賃金率と雇用率を労働組合の効用関数に導入し、なおかつ知識の外部性を考慮した内生的成長モデルで分析しているが、労働組合の効用関数がコブ＝ダグラス型関数のときには、本稿と異なり雇用率は税率に依存せず、労働組合の効用関数がCES型的时候には、雇用率は税率に依存するが、雇用率が複雑な動学をもつことが示されている。

政府は、失業給付事業のみを行っている。失業給付は税方式をとるものとする。ここでは失業給付のための所得税率を τ_{un} とおく。なお、本稿では $\tau_{un} > 0$ を仮定する。失業給付会計は、

$$l_t \tau_{un} w_t L_t = (1-l_t) p_t L_t = (1-l_t) \delta x_t L_t \quad (15)$$

となる。これを満たすように、失業給付 p_t が内生的に決定される。

失業給付につき、(15)式を用いて τ_{un} を δ_t で表すと、

$$\tau_{un} = \frac{1}{(1-\theta)\theta} \delta - \frac{1-\theta}{\theta} \quad (16)$$

となる。また、 $\frac{d\tau_{un}}{d\delta} = \frac{1}{(1-\theta)\theta}$ が成立する。

ここで、(14)式と(16)式より、雇用率 $l < 1$ となる条件は、 $\delta > (1-\theta)^2$ であることがわかる。また、本稿で仮定した、 $\tau_{un} > 0$ となる条件についても、(16)式より $\delta > (1-\theta)^2$ である。ゆえに、本稿では $\delta > (1-\theta)^2$ を仮定する。

5 均衡

5.1. 資本ストック

資本ストックは、

$$K_{t+1} = S_t = s_t^e l_t L_t + s_t^u (1-l_t) L_t \quad (17)$$

を満たす。また $t+1$ 期の人口 L_{t+1} は、

$$L_{t+1} = l_t n_t^e L_t + (1-l_t) n_t^u L_t$$

である。

両辺を t 期の人口 L_t で割り、一人当たり数値に換算すると、資本ストックは、遷移方程式

$$(l_t n_t^e + (1-l_t) n_t^u) k_{t+1} = s_t \equiv l_t s_t^e + (1-l_t) s_t^u \quad (18)$$

となる。 s_t は、一人当たりの平均貯蓄である。 t 期の経済全体の一人当たり平均子ども数 n_t は、

$n_t \equiv l_t n_t^e + (1-l_t) n_t^u$ を満たす。なお、出生率と子ども数との関係であるが、小塩(2001)にならひ、個人単位

で家計を考えるので、経済全体の一人当たり平均子ども数 $n_t = 1$ ならば人口が維持され、 n_t が 1 を上 (下)

回ると人口が増加（減少）する。小塩(2001)にならい、経済全体の一人当たり平均子ども数 n_t を2倍したものを出生率とみなす。(15)式を用いて n_t 、 s_t から τ_{ut} を消去すると、

$$n_t = l_t n_t^e + (1 - l_t) n_t^u = \frac{\gamma}{m} l_t w_t$$

(19)

$$l s_t^e + (1 - l_t) s_t^u = \beta l_t w_t \quad (20)$$

が求まる。 n_t は経済全体の一人当たり平均子ども数（経済全体の子どもの数÷経済全体の若年期の人口）である。これより、資本ストックの遷移方程式が、

$$n_t k_{t+1} = \frac{\gamma}{m} l_t w_t k_{t+1} = \beta l_t w_t \quad (21)$$

と求まり、さらに

$$k_{t+1} = \frac{\beta m}{\gamma} \quad (22)$$

となる。

5.2. 均衡の一意性と安定性

本稿での分析は、定常状態の分析に焦点をあてる。誤解の恐れがなければ、変数の説明からは期間を表す添え字 $t(t+1)$ は省略する。

k の一意性を示そう。(21)式を定常点 $k^* = \frac{\beta m}{\gamma}$ で評価し、 l_t の定常点 l は k の影響を受けないことを考慮

しつつ両辺を k で割り、左辺を $X \equiv \frac{\gamma}{m} (1 - \theta) A k^\theta l^{1-\theta}$ 、右辺を $Y \equiv \beta (1 - \theta) A k^{\theta-1} l^{1-\theta}$ とおくと、

$X|_{k=0} = 0$ 、 $X' > 0$ 、 $X'' < 0$ 、 $Y|_{k=0} = \infty$ 、 $Y' < 0$ 、 $Y'' > 0$ （プライム記号は微分、ダブルプライムは

2階微分）より、均衡解が $k > 0$ でただ1点のみ存在することが示される。また、(22)式より $dk_{t+1}/dk_t = 0 < 1$

なので、 k は均衡の周りで安定であることもわかる。 t 期に k_t が $k^* = \frac{\beta m}{\gamma}$ より低い k_t^a であっても $k^* = \frac{\beta m}{\gamma}$

より高い k_t^b であっても、 $t+1$ 期に一人当たり資本ストックは $k^* = \frac{\beta m}{\gamma}$ に到達する。均衡の一意性と安定性

につき、図1及び図2を参照されたい。

図1 均衡の一意性

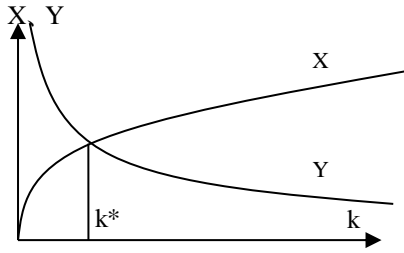
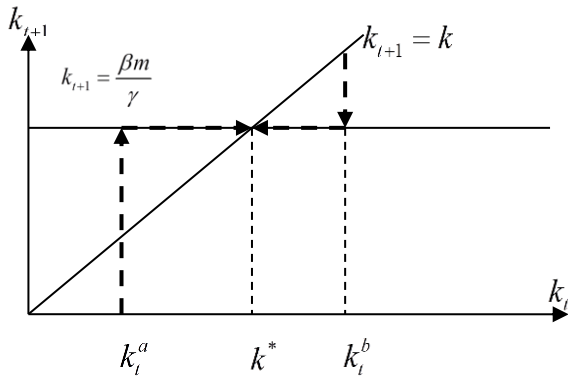


図2 均衡の安定性



命題1 一人当たり資本ストック k についての均衡解が一意に存在し、安定である。

6 政策の経済効果 (1) 一人当たり資本ストックと雇用率への影響

3.6.1. 失業率への影響

よく知られた結果として、次のものがある。

命題2 失業給付代替率 δ を引き上げると、雇用率 l は減少する。すなわち、失業率は増大する。

証明

$$\begin{aligned} \frac{dl}{d\delta} &= -\frac{(1-\theta)^2 \frac{d\tau_u}{d\delta} - (1-\theta)^2 (1-\tau_u)}{\delta^2} \\ &= -\frac{1-\theta}{\theta\delta^2} - \frac{1}{\delta} l < 0 \end{aligned} \tag{23}$$

より。□

所得に対する課税による不効用を補うため、労働組合は賃金を上昇させる。ゆえに、企業として雇用できる労働者数が減少し、失業が増大してしまうのである。Demmel and Keuschnigg(2000)でも確認されている、よく知られた事実である。

6.2. 資本ストックへの影響

失業給付代替率 δ について、資本ストックに及ぼす影響を分析する。

命題3 失業給付代替率 δ の引き上げ(引き下げ)は、1人あたりの資本ストック k に影響を及ぼさない。

証明 $dk/d\delta = 0$ より明らか。□

失業給付代替率 δ の引き上げによって、失業を増加させ、生産を減少させる。それに加え所得税率の引き上げによって家計の可処分所得が減少すると、効用最大化の結果として消費や子ども数とともに、貯蓄が減少する。これは一人当たり資本ストックの減少をもたらすので、一人当たり資本ストックはもちろん減少する。しかし子ども数も同程度減少するので、両者はキャンセルアウトされるのである⁸。

7 政策の経済効果（2）子ども数への影響

7.1. 被用者の課税後賃金と失業給付

経済全体の一人当たり平均子ども数への影響を分析する前に、被用者の課税後賃金と失業給付についてみておこう。

補題1 被用者の課税後賃金 $(1-\tau_u)w$ は、失業者の受け取れる失業給付受給額 p より大きい。

証明

$$\begin{aligned} & \frac{p}{(1-\tau_u)w} \\ &= \frac{\delta Ak^\theta l^{1-\theta}}{(1-\tau_u)(1-\theta)Ak^\theta l^{-\theta}} \\ &= \frac{\delta}{(1-\tau_u)(1-\theta)}l \\ &= \frac{\delta}{(1-\tau_u)(1-\theta)} \frac{(1-\theta)^2(1-\tau_u)}{\delta} \\ &= (1-\theta) < 1 \end{aligned}$$

より明らか。□

失業給付受給額 p は、いわば労働組合と労働者の留保賃金である。もしこれが賃金より安ければ、そもそも労働組合と労働者は、企業と賃金交渉などを行わず、初めから失業給付を受給するであろう。そのような賃金交渉はありえない。また、同じことだが次のようにもいえる。もし被用者の課税後賃金が失業給付より安ければ、だれも働かず、経済は破綻するだろう。なお、この結論は、効用関数が対数線形型であること、子ども数によって効用を得る（消費効用）の仮定を置いていること、育児による収入の減少という機会費用を本稿では考慮していないこと、またコブ=ダグラス型生産関数を仮定していることに、決定的に依存する⁹。

⁸ これは、効用関数が対数線形効用関数であることによるものであることに注意されたい。CES型効用関数の場合、この命題は成立しない。しかし、対数効用関数は世代重複モデルの分析に頻繁に使われており、かなりの程度妥当な仮定と考えられる。

⁹ これらの仮定はやや強いものであるが、小塩(2001)など先行研究において、これらの仮定はごく普通に用いられている。

補題1から、次の命題もただちに導かれる。

命題4 被用者の子ども数 n^e のほうが、失業者のもつ子ども数 n^u より大きい。

証明

$$\begin{aligned} \frac{n^u}{n^e} &= \frac{\frac{\gamma}{m} p}{\frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) w} \\ &= \frac{p}{(1-\tau_u) w} \\ &= 1-\theta < 1 \end{aligned} \tag{24}$$

となり、失業者の子ども数は被用者の子ども数より小さい。□

補題1より被用者の課税後賃金のほうが失業者の失業給付より大きい。選好パラメータは被用者も失業者も同じなので、被用者のもつ子ども数のほうが失業者のもつ子ども数より多くなるのである。

さらに、失業者の子ども数 n^u は、被用者の子ども数 n^e の $(1-\theta)$ 倍となることもわかる。これは税率 τ_u や失業給付代替率 δ の値に依存しないことに注意されたい。

7.2 被用者の子ども数

失業給付 p は、本稿の設定では被用者には全く還元されないので、失業給付代替率 δ の引き上げは、直観的には被用者の出生率を単調減少させるように思われるかもしれない。しかし、以下に述べる効果により、一定の条件を満たす場合にのみ、 δ の引き上げは被用者の出生率を減少させる。以下、それを確認し、説明を行おう。その前に、

$$\begin{aligned} n^e &= \frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) w \\ &= \frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) (1-\theta) A k^\theta l^{1-\theta} \\ &= \frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) (1-\theta) A \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta \left(\frac{(1-\theta)^2 (1-\tau_u)}{\delta} \right)^{-\theta} \\ &= \frac{\gamma}{m} A (1-\theta)^{1-2\theta} \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta (1-\tau_u)^{1-\theta} \delta^\theta \\ &\equiv N^e (1-\tau_u)^{1-\theta} \delta^\theta \end{aligned} \tag{25}$$

とも表せることに注意しよう。ここで、 $N^e \equiv \frac{\gamma}{m} A (1-\theta)^{1-2\theta} \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta$ は、失業給付代替率 δ に影響されないパラメータである。

(25)式を δ で微分することにより、以下の命題が導かれる。

命題5 失業給付代替率 δ の引き上げによって被用者の子ども数 n^e が増加するのは、

$(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ のときであり、そのときに限る。とりわけ、 $\theta < \frac{1}{2}$ のときには、失業給付代替率 δ

の引き上げによって、被用者の子ども数 n^e は、必ず減少する。

証明

(25)式を δ で微分すると、

$$\frac{dn^e}{d\delta} = N^e (1-\tau_u)^{-\theta} \delta^{\theta-1} \cdot \left(-(1-\theta) \frac{d\tau_u}{d\delta} \delta + \theta(1-\tau_u) \right)$$

となる。 $\tau_u = \frac{1}{(1-\theta)\theta} \delta - \frac{1-\theta}{\theta}$ 及び $\frac{d\tau_u}{d\delta} = \frac{1}{(1-\theta)\theta}$ を考慮すると、この微分が正に

なるのは、 $\delta < \theta(1-\theta)$ のときである。

雇用率 $l < 1$ となる条件として、われわれは $\delta > (1-\theta)^2$ を仮定していた。雇用率 $l < 1$ かつ $\frac{dn^e}{d\delta} > 0$ が成

立するためには、 $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ が成立すればよい。そのような δ が存在する必要条件は、

$(1-\theta)^2 < \theta(1-\theta)$ 、すなわち $\theta > \frac{1}{2}$ である。 $\theta < \frac{1}{2}$ のときには、 $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ を満たす δ は

存在せず、 $\delta > (1-\theta)^2$ の仮定の下では常に $\frac{dn^e}{d\delta} < 0$ となり、失業給付代替率 δ の引き上げは、常に被用者

の子ども数を減少させる。□

失業給付代替率 δ の引き上げによって、失業給付の恩恵に与らない被用者の子ども数が常に減少するとは限らないというのは、意外な結果かもしれない。以下、これについて説明しよう。

$n^e = \frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) w$ を δ で微分した結果は、

$$\frac{dn^e}{d\delta} = -\frac{\gamma}{m} w \frac{d\tau_u}{d\delta} + \frac{\gamma}{m} (1-\tau_u) \frac{dw}{dl} \frac{dl}{d\delta}$$

とも表せる。右辺第1項は、 δ の引き上げに伴う τ_u の増税が被用者の可処分所得、ひいては子ども数 n^e にもたらす影響で、これは負である。右辺第2項に着目してほしい。これは、Fanti and Gori(2007b)、池田(2011)(2012)によって指摘された、Malthusian fertility effect (池田(2011)(2012)では、マルサス人口効果 (②) と訳されている) である。 δ の引き上げによって、雇用率が減少するが、これは賃金の上昇を伴う。この効果は正であるので、

失業給付代替率 δ の引き上げによって、失業給付の恩恵に与らない被用者の子ども数が減少するとは限らないという、一見常識とは異なった結論が得られるのである。

ただし、この結論から、現在の日本において、失業給付代替率 δ の引き上げによって、実際に被用者の子ども数が増えると考えerことは妥当ではない。世代重複モデルで出生率について分析した国内の代表的な先行研究である小塩(2001)、安岡(2006)において、資本分配率は、それぞれ 0.3、0.32 と設定されている。これらの仮

定の下では、 $\theta > \frac{1}{2}$ を満たさないので、常に $\frac{dn^e}{d\delta} < 0$ となる。

これらのことには、パラメータ θ が大きく影響している。 θ は資本分配率であるとともに、(11)式より、賃金の雇用率に関する弾力性でもある。雇用率の減少による賃金の上昇は、 θ が大きければ大きくなる。もし

$\theta > \frac{1}{2}$ であり、かつ $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ を δ が満たせば、雇用率の減少による賃金の上昇が、 δ の引

き上げに伴う所得税 τ_u の増税による直接的な所得減少を支配し、 δ の引き上げによって被用者の子ども数 n^e

が増加する。 $\theta \leq \frac{1}{2}$ であれば、雇用率の減少による賃金の上昇は、 δ の引き上げに伴う τ_u の増税による直接

的な所得減少を上回ることはなく、 δ の引き上げで被用者の子ども数 n^e が増加することはない。

7.3 失業者の子ども数

Ahn and Mira(2002)によれば、失業には所得効果がある。そうであれば、失業した家計に対する失業給付を拡充すれば、Ahn and Mira(2002)のいう所得効果が減少し、出生率が上昇すると考えるのも自然なことであろう。以下では、このことについて分析しよう。(5)(16)式より、

$$\begin{aligned}
 n^u &= \frac{\gamma}{m} p \\
 &= \frac{\gamma}{m} \delta A k^\theta l^{1-\theta} \\
 &= \frac{\gamma}{m} \delta A \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta \left(\frac{(1-\theta)^2 (1-\tau_u)}{\delta} \right)^{1-\theta} \\
 &= \frac{\gamma}{m} A (1-\theta)^{2-2\theta} \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta (1-\tau_u)^{1-\theta} \delta^\theta \\
 &\equiv N^u (1-\tau_u)^{1-\theta} \delta^\theta
 \end{aligned} \tag{26}$$

となる。 $N^u \equiv \frac{\gamma}{m} A (1-\theta)^{2-2\theta} \left(\frac{\beta m}{\gamma} \right)^\theta$ は、政府が操作できる失業給付代替率 δ に依存しないパラメータで

ある。(26)式を、失業給付代替率 δ で微分することにより、失業給付が失業者の子ども数 n^u を増加させるかどうかについてみてみよう。結果、次の命題が導かれる。

命題6 失業給付代替率 δ の引き上げによって失業者の子ども数 n^u が増加するのは、

$(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ のときであり、そのときに限る。とりわけ、 $\theta < \frac{1}{2}$ のときには、失業給付代替率 δ

の引き上げによって、失業者の子ども数 n^u は、必ず減少する。

証明

(26)式を δ で微分すると、

$$\frac{dn^u}{d\delta} = N^u (1-\tau_u)^{-\theta} \delta^{\theta-1} \left(-(1-\theta) \delta \frac{d\tau_u}{d\delta} + \theta(1-\tau_u) \right)$$

となる。この式に $\tau_u = \frac{1}{(1-\theta)\theta} \delta - \frac{1-\theta}{\theta}$ 及び $\frac{d\tau_u}{d\delta} = \frac{1}{(1-\theta)\theta}$ を代入すると、 $\delta < \theta(1-\theta)$ のとき、

$\frac{dn^u}{d\delta} > 0$ となる。雇用率 $l < 1$ となる条件 $\delta > (1-\theta)^2$ をわれわれは仮定していたことを考慮すると、最終的

に、 $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ のとき、 $l < 1$ かつ $\frac{dn^u}{d\delta} > 0$ となる。そのような δ が存在する必要条件は

$\theta > \frac{1}{2}$ である。 $\theta < \frac{1}{2}$ のときには、 $\delta > (1-\theta)^2$ のもとでこれを満たす δ は存在せず、常に $\frac{dn^u}{d\delta} < 0$ とな

る。□

失業給付代替率 δ の引き上げによって、失業者の子ども数 n^u が増加するかどうかの条件式は、被用者の子ども数 n^e が増加する条件と全く同じである。すなわち、現在の日本の資本分配率（雇用率に関する賃金の弾力性） θ の下では、失業給付代替率 δ の引き上げによって、失業者の子ども数 n^u すらも減少するのである。

どうしてこのような結果になるのか、説明しよう。

$$n^u = \frac{\gamma}{m} \delta A k^\theta l^{1-\theta} \text{ より、}$$

$$\frac{dn^u}{d\delta} = \frac{\gamma}{m} A k^\theta l^{1-\theta} + (1-\theta) \frac{\gamma}{m} \delta A k^\theta l^{1-\theta} \frac{dl}{d\delta}$$

となる。右辺第1項は、 δ の引き上げが失業者の所得に与える直接効果であり正、同第2項は δ の引き上げが雇用率を下げ、一人当たり生産 $A k^\theta l^{1-\theta}$ を減少させることによって、失業給付を減少させる間接効果であり、負である。資本分配率（雇用率に関する賃金の弾力性） θ がある程度大きく、 δ が $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$

を満たしていれば、右辺第2項のマイナス効果が減少し、 δ の引き上げで失業者の子ども数 n^u は増加する。

$\theta < \frac{1}{2}$ の場合は、 δ の引き上げによって、失業者の子ども数 n^u は常に減少するのである。

なぜ被用者の子ども数 n^e が増える条件と失業者の子ども数 n^u が増える条件が全く同じなのか。その答えは、命題4にある。命題4によれば、 $\frac{n^u}{n^e} = 1 - \theta$ 、すなわち $n^u = (1 - \theta)n^e$ となる。この関係式は失業給付代替率 δ に全く依存しない。対数線形効用関数、コブ=ダグラス型効用関数、さらに被用者と労働者の育児コストが同じで、育児に伴う被用者の労働の減少という機会費用を考慮していないという仮定の下では、命題4により、失業者の子ども数 n^u は被用者のそれ n^e の定数倍である。ゆえに、このような常識と反する結論が導かれるのである。

7.4 経済全体の子ども数

3.7.2節と3.7.3節において、失業給付代替率 δ の引き上げが、被用者の子ども数 n^e および失業者のそれ n^u を増加させるかどうかについて分析し、その結果、 δ の引き上げによって n^e と n^u が増加する条件は全く同じであるという、常識に反する結果が得られた。

それでは、 δ の引き上げの、経済全体の子ども数 n に対する効果はどうであろうか。このことについてみてみよう。

ここで、

$$\begin{aligned} n &= ln^e + (1-l)n^u = \frac{\gamma}{m}lw \\ &= \frac{\gamma}{m}(1-\theta)Ak^\theta l^{1-\theta} \\ &= \frac{\gamma}{m}(1-\theta)A\left(\frac{\beta m}{\gamma}\right)^\theta \left(\frac{(1-\theta)^2(1-\tau_u)}{\delta}\right)^{1-\theta} \end{aligned} \tag{27}$$

とおけることに着目しよう。これを δ で微分することによって、次の命題が導かれる。

命題7 失業給付代替率 δ の引き上げは、均衡において経済全体の子ども数 n を減少させる。

証明

(9)(27)式より、

$$\begin{aligned} n &= \frac{\gamma}{m}lw \\ &= \frac{\gamma}{m}(1-\theta)Ak^\theta l^{1-\theta} \end{aligned}$$

である。一人当たり資本ストック k が失業給付代替率 δ の関数でないことに気づき、経済全体の子ども数 n を δ で微分すると、

$$\frac{dn}{d\delta} = \frac{\gamma}{m} (1-\theta)^2 Ak^\theta l^{-\theta} \frac{dl}{d\delta} < 0 \quad (28)$$

となる。□

いままで失業給付と子ども数の関係については、池田(2011)を除いては、先行研究ではほとんど考慮されていなかった。命題7も注目すべき結果である。この結果は、資本分配率（雇用率に関する賃金の弾力性） θ の値には依存していない（厳密には、 $0 < \theta < 1$ という普通の仮定の下では常に成り立つ）ことに注目すべきで

ある。 $\theta > \frac{1}{2}$ かつ $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ を満たし、被用者の子ども数 n^e と失業者の子ども数 n^u が増加す

るときにおいても、命題7は成立する。

なぜこのようなことが起こるのか。池田(2011)に倣って説明しよう。失業給付のための所得税を引き上げると、命題2より失業が増大する。命題4より、被用者と失業者では、被用者のほうが子ども数が多いので、失業者が増大すると、子ども数が減少するのである¹⁰。失業というリスクに対するセーフティネットの重要性は言うまでもないが、子ども数低下という思わぬ副作用があることが、命題7より明らかになった。

池田(2011)とは別の観点から掘り下げてみよう。経済全体の一人当たり賃金 lw が、失業給付代替率 δ の引

き上げによってどのように動くであろうか。 $n = \frac{\gamma}{m} lw$ より、

$$\frac{dn}{d\delta} = \frac{\gamma}{m} w \frac{dl}{d\delta} + \frac{\gamma}{m} l \frac{dw}{dl} \frac{dl}{d\delta}$$

$$= \frac{\gamma}{m} w \left(1 + \frac{l}{w} \frac{dw}{dl} \right) \frac{dl}{d\delta}$$

$$= \frac{\gamma}{m} \underbrace{w(1-\theta)}_{\substack{\delta \text{ の変化による} \\ \text{若年期の平均所得 } wl \text{ の変化}}} \frac{dl}{d\delta} \quad \text{となる。つまり、本稿のコブ=ダグラス型生産関数の仮定では、雇用率に関する賃$$

金の弾力性が $\theta < 1$ であるため、雇用率の減少による経済全体の、若年期の平均所得 wl （手取り賃金

$(1-\tau_u)w$ と失業給付 p の加重平均）へのマイナス効果が、雇用率減少から引き起こされる賃金増大による

¹⁰ 補題1より、仮に失業給付代替率 δ がいくら高くなったとしても、失業者の失業給付（ $p = \delta Ak^\theta l^{1-\theta}$ ）

は被用者の課税後賃金 $(1-\tau_u)w$ より高くなることはない。失業給付代替率 δ の引き上げで失業給付が増えて、失業者の子ども数が増える要因もあるが、雇用率が減少し、子どもをたくさん持つ被用者の率が減少する要因もある。そして後者の効果が常に支配的なのである。

効果を支配し、 δ の引き上げによって若年期の平均所得 wl は減少し、 $0 < \theta < 1$ という普通の仮定の下では、

$\theta > \frac{1}{2}$ かつ $(1-\theta)^2 < \delta < \theta(1-\theta)$ を θ および δ が満たすかどうかにかかわらず、 δ の引き上げによって、

常に出生率は低下するのである。

8 まとめ

本稿では、いままで一部を除きスポットが当てられてこなかった、育児支援と失業の関係および失業給付と子ども数の関係について分析した。とくに、失業給付代替率 δ の引き上げが被用者および失業者の子ども数を増やす（減らす）条件が導出され、失業給付代替率の引き上げにより、資本分配率が 0.33 前後と低い日本においては、被用者、失業者ともに子ども数を減少させること、さらには上記の条件にかかわらず、失業給付代替率 δ の引き上げが経済全体の子ども数を必ず減少させることがわかった。また失業給付代替率の引き上げが経済全体の子ども数を必ず減少させる理由、また被用者と失業者の子ども数を増加（減少）させる解析的な条件は、本稿によって、初めて明らかになったことである。

本稿について残された課題について述べる。本稿では、育児にかけられる時間と勤労時間の代替については考えられていない。またモデルでは男女を区別しておらず、男女の育児の機会費用の差も考慮していない。これらについて考えると、さらに深みが増すであろう。これらの分析については、今後の課題である。

9 参考文献

- Ahn, N. and Mira, P.(2002),” A note on the changing relationship between fertility and female employment rates in developed countries,” *Journal of Population Economics*, vol. 15, no. 4, November, pp. 667-682
- Daveri F. and Tabellini G. (2000) “Unemployment, growth and taxation in industrial countries,” *Economic Policy*, vol.15, No.30, pp.48-104, April 2000
- Demmel R. and Keuschnigg C. (2000),”Funded Pensions and Unemployment,” *FinanzArchiv*, Vol. 57, No. 1, pp. 22-38
- Fanti L. and Gori L. (2007a)”Labor income taxation, child rearing policies and fertility,” *Economics Bulletin*, Vol. 10, No. 20, pp. 1-10
- (2007b)”From the Malthusian to the Modern Growth Regime in an OLG Model with Unions,” *Economics Bulletin*, Vol. 10, No. 14, pp. 1-10
- (2007c), “Fertility, income and welfare in an OLG model with regulated wages,” *International Review of Economics*, Vol.54, pp.405-427
- (2008), “Fertility-related pensions and fertility disincentives”, *Economic Bulletin*, Vol. 10, No. 8, pp.1-7
- (2012). "A note on child policy and fertility in an overlapping generations small open economy: when the labour market institutions matter," *International Journal of Population Research*, Vol. 2012
- Ono T.(2007)“Unemployment dynamics in an OLG economy with public pensions,” *Economic Theory*, vol. 33:, December, pp.549-577
- (2010)“Growth and unemployment in an OLG economy with public pensions,” *Journal of Population Economics*, vol. 23, pp. 737-767
- 池田亮一(2011)「育児支援と非自発的失業」『計画行政』第34巻第3号、pp.59-69
- (2012)「育児支援は子ども数を増やすか？失業を考慮したアプローチ」『季刊社会保障研究』第48巻第2号、pp. 216-227

- 加藤久和(2001)『人口経済学入門』日本評論社
- 黒田祥子・山本勲(2005)「なぜ名目賃金には下方硬直性があり、わが国ではその度合いが小さいのか? : 行動経済学と労働市場特性・マクロ経済環境の違いによる説明」『金融研究』、第24巻第4号
- 増田雅暢(2008)『これでいいのか少子化対策 政策過程からみる今後の課題』ミネルヴァ書房
- 小塩隆士(2001)「育児支援、年金改革と出生率」『季刊社会保障研究』第36巻第4号、pp.535-546
- 鈴木亘(2009)『だまされないための年金・医療・介護入門』東洋経済新報社
- 戸田淳仁(2007)「出生率の実証分析—景気や家族政策との関係を中心に」『rieti discussion paper』07-J-007
- 牛嶋俊一郎(2004)「日本における賃金・物価の決定メカニズムとデフレの考察」『内閣府経済社会総合研究所ディスカッションペーパー』No.90
- 安岡匡也(2006)「出生率と課税政策の関係」『季刊社会保障研究』第42巻第1号、pp.80-90
- (2007a)「育児支援政策の有効性に関する考察」『応用経済学研究』第1巻、pp.41-59
- (2007b)「公的に供給される育児財を導入した出生率内生モデルにおける育児支援政策の考察」『季刊社会保障研究』第43巻第3号、pp.261-274
- 労働政策研究・研修機構(2013)『データブック国際労働比較 2013』

Unemployment benefit and the number of children

Ikeda Ryouichi[†]

Abstract

In this paper, I conducted an analytical investigation to investigate the effects of the income tax that funds unemployment benefits on the unemployment rate and the fertility rate. I took unemployment into consideration in an overlapping generations model, introducing a household in which the head of household is employed and one in which the head of household is unemployed and receiving unemployment benefits, and analyzed the effects of unemployment benefits on the numbers of the children in both households. In doing so, I developed an expression for the conditions of an increase (decrease) in the numbers of children due to an increase in the replacement rate of unemployment benefits in both the employed household and the unemployed household. I found that regardless of those conditions, an increase in the replacement rate of unemployment benefits inevitably decreased the number of the children in the whole economy. This paper is the first to show the reason for this decrease in the number of children in the whole economy due to a rise in the replacement rate of unemployed benefits and the analytical conditions of an increase (decrease) in the numbers of children in employed and unemployed households. Needless to say, unemployment benefits are important, but we also should consider the negative effects on the fertility rate to a certain degree.

JEL Classification: J13, H55, E24

Keywords: fertility, unemployment benefits, income tax, labor union, overlapping generations model

[†] Osaka University and Tokushima University. ryikeda@e-broad.ne.jp