

Discussion Papers In Economics And Business

排出権価格、株価、金利、外国為替レートの
相互作用の分析

齋藤周

Discussion Paper 21-20

November 2021

Graduate School of Economics
Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, JAPAN

排出権価格、株価、金利、外国為替レートの相互作用の分析*

齋藤周†

要旨

本稿では、排出権価格、株価、金利、外国為替レートに関し、それらのボラティリティ相互作用と市場アノマリーを確率的ボラティリティ変動 (SV : Stochastic Volatility) モデルを用いて分析した。分析の結果、各資産の価格変化率の推定では相互作用や市場アノマリーについては有意な影響が限定的であった。一方、ボラティリティの推定では資産間で波及効果、市場アノマリーともに有意な影響が確認された。ボラティリティ相互作用としてすべての資産間でボラティリティ波及効果もしくは非対称効果が確認され、その多くが相互に波及し合っていることが明らかになった。市場アノマリーについては、排出権価格と株価では休日を挟むことによる情報量の増加によって休日明けのボラティリティが拡大する休日効果が確認された。このほか、すべての資産で非対称効果、外国為替レートで曜日効果のうち金曜日効果が確認された。

JEL 分類コード: C58, G17, Q50.

キーワード: 排出権価格、SV モデル、ボラティリティ波及効果、市場アノマリー (休日効果、非対称効果、曜日効果)

* 本論文の作成に当たっては指導教員である大阪大学大学院経済学研究科の谷崎久志教授による指導およびゼミ参加の院生の方々からの有益なコメントを頂いた。ここに感謝の意を表したい。

† 大阪大学大学院経済学研究科. E-mail: u567694k@ecs.osaka-u.ac.jp

1. はじめに

本稿では、欧州で導入された温室効果ガスの排出権取引価格と株価、金利、外国為替レートに関し、それらのボラティリティの相互作用を実証分析によって明らかにする。欧州では他地域に先立ち 2005 年に二酸化炭素等の温室効果ガスを対象とした排出権取引が導入された。同取引は欧州連合域内の温室効果ガス排出量の約 4 割をカバーしており、気候変動対策の主要政策に位置づけられている。また、現物取引だけでなく先物やオプションについても複数の取引所で取引が行われており、電力会社等の排出権の最終需要者に限らず金融機関も取引に参加している。このように市場の歴史が比較的長いことや、規模と参加者の大きさを理由に欧州の排出権取引は多くの注目を集めており、様々な分析が行われている。

排出権取引を分析したものには Mansanet-Bataller, Pardo and Valor(2007)があげられる。そこでは、2005 年における日次の排出権価格を用いた分析を行い、その変動要因として北海ブレント原油と天然ガスのエネルギー価格が大きく影響しているほか、ドイツにおける寒波や猛暑といった気候が影響していることが示されている。また、Alberola, Chevallier and Cheze(2008)では 2005 年から 2007 年の期間について、排出権価格の変動要因と構造変化の分析を行っており、特に 2006 年春時点で排出権取引の排出枠上限が十分に低くなかったことによる排出権価格下落を指摘している。Li, Zhang, Yuan and Hao(2021)は、2008 年から 2019 年までの四半期毎の排出権価格について時変多変量自己回帰 (Time-varying parameter VAR, TVP-VAR) モデルを用いてエネルギー価格、電気料金や株価との関係の分析を行っている。分析では、エネルギー価格の影響が確認されるもののその大きさは時期によって異なり、特にパリ協定が発効した 2016 年以降は関係性が変化していることが示されている。このほか、Zhang and Shun(2015) では排出権価格のボラティリティ分析が行われている。そこでは GARCH モデルを用いて、石炭価格から排出権価格を経て天然ガス価格へボラティリティが波及していることが指摘されている。

以上のように排出権価格に関する分析は多岐にわたって行われているが、その分析の多くは価格変化率を分析対象としており、排出権価格のボラティリティを分析したものは少ない。また、排出権の取引規模が拡大しているなかで、主要な金融市場である株式、金利、外国為替レートとの相互作用を一度に分析した研究は筆者の知る限りこれまで行われてない。複数の金融市場のボラティリティ相互作用については確率的ボラティリティ変動 (SV : Stochastic Volatility) モデルを用いて、日米英での株価のボラティリティ波及効果を分析した Tanizaki and Hamori(2009)がある。そこで本稿では SV モデルを用いて、排出権価格、株価、金利、為替レートのボラティリティの相互作用を分析する。また、休日明けの市場ボラティリティが大きくなる休日効果や、市場の下落直後のボラティリティが大きくなる非対称効果をはじめとした市場アノマリーが排出権取引市場でも観測されるかを併せて分析する。

本稿の構成は以下の通りである。2 章では分析に用いるデータの説明、3 章では分析モデルの説明を行う。4 章は推定結果の考察、5 章は結論である。

2. データ

分析対象には欧州連合によって導入された温室効果ガス1トン当たりの排出権価格($y_{1,t}$)、株価としてドイツ株式の動向を表す DAX 株価指数($y_{2,t}$)、金利には米国 10 年債利回り($y_{3,t}$)、外国為替レートとしてユーロドルレート($y_{4,t}$)を用いる³。なお、今回分析対象とした排出権価格は欧州を対象としているため、金利についても欧州主要国のものを用いることが好ましいと考えられる。ただし、欧州主要国の国債金利はマイナス圏で推移しておりデータの取り扱いが煩雑となることや、米金融政策動向の影響を強く受けることで米金利と連動するため、分析では米国債の利回りを使用する。データの期間(T)は 2008 年 5 月 2 日から 2021 年 9 月 30 日とし、 $T=3,435$ である。

図 1 から図 4 はデータの動きを示しており、横軸には毎年 1 月 1 日を開始日とした年次の目盛りを、縦軸にはそれぞれ左軸にデータの水準と右軸に変化率を表示した。データの水準は変数毎に異なるスケールとしているが、変化率は $100 \times \ln(y_{i,t} - y_{i,t-1})$ の値とし、すべてのグラフでスケールを統一して比較可能とした。

図 1 の実線は温室効果ガス 1 トン当たりの排出権価格であり、破線はその変化率を示している。欧州における排出権取引は 2005 年に開始しており、2005 年から 2007 年の第 1 フェーズ、2008 年から 2012 年の第 2 フェーズ、2013 年から 2020 年の第 3 フェーズ、2021 年以降は第 4 フェーズとそれぞれのフェーズにおいて徐々に制度の改善が図られるとともに排出権価格もその影響を受けて推移している。特にフェーズ 1 では余剰排出権をフェーズ 2 に持ち越すことができなかつたため、2007 年以降の排出権価格は 0 近傍で推移しており分析対象から除外した。フェーズ 2 に入った後は、2008 年春ごろに温室効果ガス 1 トン当たりの排出権価格が 25 ユーロから 30 ユーロまで上昇したが、その後は世界金融危機の影響を受けた生産活動の低迷を背景に一時 10 ユーロを割れる水準まで低下している。2009 年以降は企業や設備への排出権の割り当て超過の状態が続いたほか、2011 年以降に外部の排出権クレジットの償還が行われたため 2013 年にかけては 3 ユーロを割れる水準まで価格が下落している(2013 年 4 月 17 日に ▲43.24% の下落)。しかし、2014 年から 2016 年に Backloading と呼ばれる排出権供給の先送りが行われたことや、2015 年 7 月に Market Stability Reserve と呼ばれる余剰排出権吸収枠組みの導入決定、2017 年 11 月にその調整方法が関係者間で同意されたことを背景に 2019 年にかけて 30 ユーロを回復、2020 年には新型コロナウイルスの感染拡大を受けて一時的に下落したものの(2020 年 3 月 19 日に ▲18.02% の下落)、環境問題の認識が広がっていることを背景に 2021 年には 60 ユーロを超える水準での取引が行われている。

図 2 の実線は DAX 株価指数の推移であり、破線はその変化率を示している。DAX 株価指数は世界金融危機の影響で 2009 年 2 月には 4,000pt を割れる水準まで下落し、その過程で変化率も大きくなっている(2008 年 10 月 7 日に ▲7.34% の下落)。その後に株価は上昇しているが、2011 年にはギリシャにおける財政赤字の隠ぺいとそれに伴う金融市場の混乱(ギリシャ危機)により、再度下落している。2012 年以降は概ね上昇基調となっているが、2016 年 6 月に英国が国民投票によって欧州連合からの離脱(Brexit)を決定したことによる混乱(2016 年 6 月 27 日に ▲7.07% の下落)や、新型コロナウイルスの影響を受けた一時的な下落(2020 年 3 月 13 日に ▲13.05% の下落)が発生している。

³ データの取得元は、排出権価格は investing.com、株価と金利は NIKKEI NEEDS FinancialQuest、為替はセントルイス連銀の FRED である。

図1 排出権価格(左軸)とその変化率(右軸)

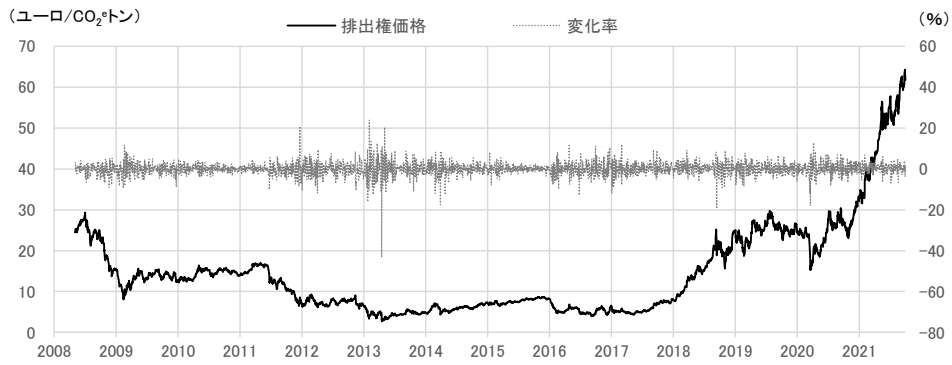


図2 DAX 株価指数(左軸)とその変化率(右軸)



図3 米10年債利回り(左軸)とその変化率(右軸)



図4 ユーロドル為替レート(左軸)とその変化率(右軸)



図3の実線は米国10年債利回り(金利)の推移であり、破線はその変化率を示している。金利は排出権価格、株価と異なりその水準が高い(低い)ほど国債価格は低く(高く)なる。2008年末にかけては世界金融危機の影響で4%台から2%台まで低下しており、その余波が残存している2009年初には大きく変動している(2009年1月2日に▲18.49%の低下)。その後の2013年までは米国による金融緩和姿勢が継続しており、金利もおおむね低下傾向で推移している。2013年から2019年は米国が金融引き締めプロセスに入ったため、金利は上昇基調で推移しているが、2019年以降は、米国が再度金融緩和姿勢に入った中で、新型コロナウイルスの感染拡大による金利の大幅低下がみられた(2020年3月18日に40.65%の低下)。

図4の実線はユーロドルの為替レートで1ユーロ当たりの米ドルの水準を示しており、破線はその変化率を示している。2008年から2021年の間にユーロドルは約1.6から約1.2まで低下しておりユーロ安ドル高となっている。期間を通じた変化率は他の資産に比べて低くなっているが、その中でも変化率が大きいタイミングは世界金融危機(2008年12月22日に▲3.00%の下落)、ギリシャ危機(2011年9月23日に▲2.05%の下落)、Brexitへの懸念拡大(2016年6月27日に▲2.20%の下落)と、他の資産と共通した時期であった。

3. 分析モデル

次の式から構成される状態空間モデルを推定する。 $i = 1, 2, 3, 4$ であり、 $i = 1$ は排出権価格、2は株価、3は金利、4は外国為替レートである。 $t = 1, 2, \dots, T$ とする。 T はサンプルサイズである。

$$y_{i,t} = z_{i,t}\alpha_i + \exp\left(\frac{1}{2}\beta_{i,t}\right)\epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0,1) \quad (1)$$

$$\beta_{i,t} = x_{i,t}\gamma_i + \delta_i\beta_{i,t-1} + v_{i,t}, \quad v_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (2)$$

$\epsilon_{i,t}$ は*i*および*t*に関して相互に独立で、平均0分散1の標準正規分布としている。 $v_{i,t}$ は*i*に関して相互に独立で、平均0分散 σ_i^2 の正規分布である。価格変化率である $y_{i,t}$ は、 $y_{i,t} = 100 * \log(P_{i,t}/P_{i,t-1})$ によって算出しており、その推移は図1から4の通りである。価格変化率は $z_{i,t}\alpha_i$ とボラティリティである $\exp((1/2)\beta_{i,t})$ から構成される。

$z_{i,t}$ は $1 \times k_1$ の外生変数ベクトル、 α_i は $k_1 \times 1$ のパラメータである。 $x_{i,t}$ は $1 \times k_2$ の外生変数ベクトル、 γ_i は $k_2 \times 1$ のパラメータである。ボラティリティである $\exp((1/2)\beta_{i,t})$ のうち $\beta_{i,t}$ は外生変数の $x_{i,t}$ と $\beta_{i,t-1}$ に依存している。 $y_{i,t}$ は観測可能、 $\beta_{i,t}$ は観測できない変数である。(1)式は観測方程式、(2)式は遷移方程式と呼ばれ、潜在変数の $\beta_{i,t}$ は観測変数の $y_{i,t}$ から推測される。以上の前提より、 $B_{i,n} = (\beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,n})$ と $\theta_i = (\alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2)$ を推定する。

$y_{i,t}$ の説明変数は $z_{i,t} = (1, H_t, Wed_t, Fri_t, D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}, D_{4,t}, y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, y_{3,t-1}, y_{4,t-1})$ とし、 $\beta_{i,t}$ の説明変数は $x_{i,t} = (1, H_t, Wed_t, Fri_t, D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}, D_{4,t}, \hat{\beta}_{-i,t-1})$ とした。 $z_{i,t}$ と $x_{i,t}$ とに共通の変数について説明を行う。

まず、それぞれの第一要素である1は定数項を意味する。 H_t は休日効果を意味する。休日効果とは、特に株式市場のボラティリティは企業に関する新たな情報が多いほど大きくなると考えられ、 $t-1$ 期から

期までの間の休場日数が増えるにつれてそうした情報量も増加し、休日明けのボラティリティが拡大するという市場アノマリーである。この前営業日との間の休場日数を H_t とする。例えば、土曜日と日曜日とを挟んだ月曜日は通常 $H_t = 2$ となるが、月曜日が祝日の場合 $H_t = 3$ となる。本分析対象期間では、 $H_t = 1$ のケースは12日、 $H_t = 2$ のケースは675日であった。 $H_t = 3$ のケースは13日、 $H_t = 4$ のケースは16日であった。Watanabe(1999)では日本の株式市場における休日効果が議論されている。

次に、 Wed_t と Fri_t はそれぞれ水曜日と金曜日の曜日効果を計測するダミー変数である。ドイツの株式市場については Prokp(2010)がその曜日効果を分析しており、2000年代前半に月曜日のボラティリティが大きいことを報告している。本稿ではそのほとんどが月曜日となる休日効果(H_t)に加えて、週中の水曜日と平日最終日である金曜日の影響を分析する。

$D_{i,t}$ は非対称効果を示すものである。主に株式市場においては前日の株価下落が翌日のボラティリティを高める一方、前日の株価上昇はそういった効果がないことが知られており、非対称効果やレバレッジ効果と呼ばれている。そこで株価だけでなく排出権価格、金利、外国為替レートについて $y_{i,t-1} < 0$ の場合は $D_{i,t} = 1$ 、 $y_{i,t-1} > 0$ の場合は $D_{i,t} = 0$ となるダミー変数を導入した。仮に、非対称効果が確認された場合には $D_{i,t}$ の係数が有意にプラスとなる。非対称効果については Watanabe(1999)や Tanizaki(2004)が分析しているほか、Tanizaki *et al.* (2009)では日米英の株式市場における非対称効果の波及について議論している。

このほか、 $z_{i,t}$ に関しては4資産の1期前の価格変化率($y_{i,t-1}$)を説明変数に加えており、資産*i*に対する各資産からの価格変化率における波及効果の考察を行う。

さらに、ボラティリティの相互作用を分析するために Tanizaki *et al.* (2009)に則り、 $x_{i,t}$ に関して次式で示される資産*i*に対する*i*以外の資産のボラティリティである $\hat{\beta}_{-i,t-1}$ を説明変数として導入する。

$$\hat{\beta}_{i,t} = \ln \left(\frac{1}{\min(t+L, T) - \max(t-L, 1)} \sum_{s=\max(t-L, 1)}^{\min(t+L, T)} (y_{i,s} - \bar{y}_{i,t})^2 \right) \quad (3)$$

$$\bar{y}_{i,t} = \frac{1}{\min(t+L, T) - \max(t-L, 1)} \sum_{s=\max(t-L, 1)}^{\min(t+L, T)} y_{i,s} \quad (4)$$

(3)式と(4)式では*t*期の前後*L*期のデータを用いて標本不偏分散の対数を求める。ただし、*t*と*t-1*期との差が*L*よりも小さい場合には取得可能なデータのみを用いて算出を行っている。本分析では*L*=20とした。状態空間モデルの推定ではまず、第一段階として(3)式と(4)式を用いて算出した $\hat{\beta}_{i,t}$ を資産*i*のボラティリティの代理変数として説明変数に用いる。その上で第二段階の推定として、(1)式と(2)式で算出した各市場のボラティリティの値 $\beta_{i,t}$ を $\hat{\beta}_{i,t}$ として説明変数に用いて推定を行った。

以上のように、価格変化率($y_{i,t}$)の説明変数($z_{i,t}$)では、相互作用を捉える変数として他資産の1期前の価格変化率と非対称効果を用いているほか、市場アノマリーとして休日効果、曜日効果、自己の非対称効果の分析を行う。非対称効果については他の資産の価格下落による影響を分析する場合には相互効果を捉えられる一方、自己の価格下落による影響を分析する場合は市場アノマリーを捉えられる。ボラティリティ($\beta_{i,t}$)の説明変数($x_{i,t}$)についても、相互作用は他資産のボラティリティおよび非対称効果、市場アノマリーは休日効果、曜日効果、自己の非対称効果によって捉えられる。

4. 推定結果

4.1 価格水準およびボラティリティの推定結果

推定結果は表 1 から 8 のとおりである。AVE, STD, Skewness, Kurtosis はそれぞれのパラメータの 10^5 回のサンプリング結果のうち、最初の 10^4 回を除いた結果の算術平均、標準偏差、歪度、尖度を示している。また、0.005, 0.025, 0.050, 0.500, 0.975, 0.995 はそれぞれ 0.5%, 2.5%, 5%, 50%, 97.5%, 99.5%の値である。CD(Convergence Diagnostics)はマルコフ連鎖モンテカルロ(Markov Chain Monte Carlo: MCMC)法の収束診断の統計値である⁴。正規分布の場合に尖度は 3 となり、3 より大きい場合は裾野の広い分布となる。また、歪度が 0 よりも大きく(小さく)なるにつれて正規分布に比べて右(左)に歪み右(左)の裾野が広い分布となる。

排出権価格、株価、金利、外国為替レートの価格変化率($y_{i,t}$)の推定結果は、表 1、3、5、7 に示している。いずれの推定結果をみてもほとんどの変数が有意ではないが、株価と金利に対して 1 期前の排出権価格が影響していることが示されているほか、外国為替レートでは 1 期前の株価と金利の変動による影響がみられた。非対称効果による相互作用はみられなかった。市場アノミーについては、排出権価格では水曜日ダミーが有意にプラスとなっており、水曜日に価格上昇する傾向が示された。また、外国為替レートでは休日効果がプラスの効果をもっており、休日明けのユーロドル相場ではユーロが上昇しやすい傾向にあったことが示された。以上のとおり価格変化率においては資産間での波及効果が一方向に限られており、非対称効果の波及がみられないことや市場アノミーのほとんどが有意ではなかった。

各資産のボラティリティ($\beta_{i,t}$)の推定結果は表 2、4、6、8 の通りである。いずれの資産においても 1 期前のボラティリティ($\beta_{i,t-1}$)の係数は 1 に近い値となっており、ボラティリティの持続性が高いことが分かった。また、ボラティリティの分散(σ_i)では、排出権価格と株価に比べて金利と外国為替レートの値が小さく、ボラティリティの変動幅に差があることが確認できる。

4 資産間でのボラティリティ波及効果($\hat{\beta}_{-i,t-1}$)をみると、排出権価格のボラティリティに対して外国為替レートがマイナスの影響を及ぼしている。外国為替レートに関しては、電力会社が電気料金の改定を即座に行うことが難しい一方で、為替レートの変動は発電に必要な資源の輸入金額を変動させるため、為替レートが大きく変動する場合には温室効果ガス排出コストと発電コストとの見極めを行うために排出権取引が控えられる可能性が考えられる。排出コストと発電コストとの裁定については Alberola *et al.* (2008)が指摘している。このほか、株価に対しては金利と外国為替レートが、金利に対しては排出権価格以外が、外国為替レートに対してはその他 3 資産がいずれも有意に影響を与えていることが示された。

非対称効果($D_{-i,t}$)では、排出権価格は自己および株価の 1 期前の価格が下落するとボラティリティが拡大する傾向が示された。株価の下落は経済活動の先行きに対する不透明感や景気停滞を示唆するものであり、そうした先行きへの見通し悪化が排出権取引を活発化させていると考えられる。株価については、自己および金利、外国為替レートが下落するとボラティリティが拡大する傾向にあることが確認されている。上述の通り株価に対してはボラティリティ波及効果でも金利と外国為替レートが有意に影響しており、金融市場の主要 3 資産については市場の連動性が高いことが示唆された。金利については自己および外国為替レートから、外国為替レートでは自己からの非対称効果が確認された。

⁴ CD の絶対値が 1.96 以下の場合、MCMC 法による推定値が 5%の水準で統計的に有意に問題なく実行できたことを示している。なお、MCMC 法は 1 回前にサンプリングされた値を用いて新たなサンプリングを行う手法の総称。

表 1 $y_{1,t}$ の推定結果(排出権価格の価格変化率)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
z_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$	$y_{4,t-1}$
AVE	0.0084	0.0503	0.1981	0.0230	-0.1031	0.0891	0.0194	-0.0565	-0.0337	-0.0257	0.0017	-0.0237
STD	0.1085	0.0482	0.0960	0.0975	0.1016	0.1014	0.1039	0.0972	0.0255	0.0416	0.0224	0.0805
Skewness	0.0214	0.0016	0.0014	0.0016	0.0040	-0.0076	0.0006	0.0029	-0.0091	0.0064	0.0229	-0.0048
Kurtosis	3.0306	2.9963	3.0239	3.0061	3.0257	2.9837	3.0060	2.9673	3.0162	3.0047	2.9972	2.9991
0.0050	-0.2712	-0.0730	-0.0510	-0.2267	-0.3654	-0.1718	-0.2471	-0.3046	-0.0996	-0.1327	-0.0553	-0.2313
0.0250	-0.2021	-0.0440	0.0095	-0.1685	-0.3023	-0.1100	-0.1838	-0.2470	-0.0840	-0.1070	-0.0420	-0.1814
0.0500	-0.1696	-0.0289	0.0397	-0.1378	-0.2697	-0.0777	-0.1514	-0.2161	-0.0759	-0.0939	-0.0352	-0.1561
0.5000	0.0083	0.0501	0.1982	0.0228	-0.1035	0.0893	0.0193	-0.0563	-0.0336	-0.0258	0.0016	-0.0237
0.9500	0.1876	0.1292	0.3559	0.1831	0.0643	0.2559	0.1904	0.1034	0.0080	0.0425	0.0387	0.1088
0.9750	0.2225	0.1441	0.3863	0.2143	0.0968	0.2872	0.2233	0.1332	0.0163	0.0556	0.0459	0.1337
0.9950	0.2928	0.1741	0.4466	0.2736	0.1584	0.3462	0.2858	0.1931	0.0317	0.0819	0.0598	0.1837
CD	0.3766	0.9525	0.0241	0.1478	0.4438	0.1863	0.5222	0.5019	0.7146	0.0150	0.4117	0.7239

表 2 $\beta_{1,t}$ の推定結果(排出権価格のボラティリティ)

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}	γ_{11}	δ	σ
x_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$\beta_{2,t-1}$	$\beta_{3,t-1}$	$\beta_{4,t-1}$	$\beta_{1,t-1}$	
AVE	-0.0646	0.0737	-0.0962	0.0312	0.1227	0.0482	0.0122	-0.0016	0.0087	-0.0025	-0.0101	0.9712	0.2023
STD	0.0383	0.0282	0.0751	0.0680	0.0252	0.0267	0.0262	0.0240	0.0056	0.0030	0.0039	0.0047	0.0197
Skewness	-0.0229	0.0176	0.0909	0.1425	0.0975	-0.0893	0.0399	-0.0666	0.1058	0.0282	-0.2037	-0.5407	0.3346
Kurtosis	3.0721	2.8317	2.9838	2.9796	2.9870	2.9275	2.9342	3.0612	3.0949	3.0227	3.1719	3.5239	2.9633
0.0050	-0.1646	0.0047	-0.2815	-0.1373	0.0599	-0.0220	-0.0547	-0.0664	-0.0052	-0.0101	-0.0210	0.9568	0.1584
0.0250	-0.1396	0.0188	-0.2399	-0.0977	0.0741	-0.0049	-0.0384	-0.0490	-0.0019	-0.0084	-0.0182	0.9610	0.1676
0.0500	-0.1279	0.0268	-0.2179	-0.0766	0.0819	0.0033	-0.0303	-0.0412	-0.0003	-0.0074	-0.0168	0.9629	0.1725
0.5000	-0.0644	0.0738	-0.0980	0.0288	0.1223	0.0488	0.0120	-0.0015	0.0086	-0.0025	-0.0100	0.9717	0.2010
0.9500	-0.0028	0.1202	0.0280	0.1463	0.1649	0.0913	0.0560	0.0375	0.0180	0.0024	-0.0039	0.9780	0.2369
0.9750	0.0092	0.1292	0.0526	0.1696	0.1734	0.0992	0.0641	0.0446	0.0198	0.0034	-0.0028	0.9791	0.2423
0.9950	0.0358	0.1459	0.1042	0.2137	0.1891	0.1144	0.0798	0.0588	0.0237	0.0053	-0.0005	0.9815	0.2574
CD	0.0000	0.1803	0.0091	0.0021	0.7255	0.1090	0.3919	0.0002	0.0001	0.0427	0.0002	0.0001	0.0010

表 3 $y_{2,t}$ の推定結果(株価の価格変化率)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
z_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$	$y_{4,t-1}$
AVE	0.0563	0.0146	0.0352	0.0224	-0.0360	-0.0041	-0.0573	0.0200	-0.0128	-0.0133	-0.0004	0.0151
STD	0.0475	0.0215	0.0436	0.0430	0.0456	0.0458	0.0473	0.0436	0.0076	0.0256	0.0112	0.0450
Skewness	0.0123	0.0024	0.0058	0.0012	-0.0045	-0.0133	-0.0070	0.0084	-0.0195	-0.0030	0.0140	-0.0126
Kurtosis	3.0278	3.0058	3.0152	2.9856	3.0001	2.9798	2.9868	2.9894	3.0170	2.9913	3.0090	2.9808
0.0050	-0.0665	-0.0407	-0.0773	-0.0886	-0.1533	-0.1223	-0.1789	-0.0911	-0.0327	-0.0795	-0.0289	-0.1015
0.0250	-0.0362	-0.0278	-0.0504	-0.0619	-0.1255	-0.0941	-0.1496	-0.0654	-0.0278	-0.0633	-0.0222	-0.0734
0.0500	-0.0219	-0.0206	-0.0366	-0.0483	-0.1107	-0.0793	-0.1352	-0.0515	-0.0253	-0.0555	-0.0187	-0.0588
0.5000	0.0560	0.0146	0.0351	0.0223	-0.0359	-0.0041	-0.0572	0.0198	-0.0128	-0.0132	-0.0003	0.0152
0.9500	0.1347	0.0498	0.1069	0.0931	0.0391	0.0710	0.0201	0.0917	-0.0003	0.0286	0.0180	0.0889
0.9750	0.1497	0.0567	0.1205	0.1069	0.0531	0.0851	0.0348	0.1053	0.0020	0.0369	0.0216	0.1030
0.9950	0.1796	0.0699	0.1472	0.1332	0.0815	0.1129	0.0640	0.1321	0.0067	0.0526	0.0285	0.1300
CD	0.6134	0.6561	0.3792	0.0015	0.5328	0.9730	0.1770	0.5081	0.3689	0.0425	0.0859	0.6850

表 4 $\beta_{2,t}$ の推定結果(株価のボラティリティ)

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}	γ_{11}	δ	σ
x_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$\beta_{1,t-1}$	$\beta_{3,t-1}$	$\beta_{4,t-1}$	$\beta_{2,t-1}$	
AVE	-0.2133	0.0698	-0.1024	-0.0613	-0.0026	0.2741	0.1819	0.0527	0.0049	0.0354	0.0467	0.9103	0.2192
STD	0.0413	0.0286	0.0751	0.0691	0.0278	0.0291	0.0296	0.0262	0.0035	0.0068	0.0086	0.0129	0.0245
Skewness	-0.0213	-0.0044	0.0551	0.0664	-0.0388	-0.0195	0.0996	0.0235	0.1265	0.4018	0.3901	-0.3194	0.4009
Kurtosis	3.0974	2.8041	2.9914	2.9520	2.9810	3.0743	2.8830	3.1804	3.0981	3.3705	3.1782	3.1481	3.6339
0.0050	-0.3255	-0.0001	-0.2894	-0.2335	-0.0749	0.1990	0.1096	-0.0170	-0.0039	0.0202	0.0278	0.8727	0.1629
0.0250	-0.2948	0.0143	-0.2483	-0.1955	-0.0580	0.2171	0.1256	0.0010	-0.0017	0.0232	0.0315	0.8836	0.1751
0.0500	-0.2804	0.0222	-0.2262	-0.1746	-0.0489	0.2261	0.1344	0.0100	-0.0006	0.0250	0.0335	0.8881	0.1816
0.5000	-0.2137	0.0703	-0.1035	-0.0618	-0.0023	0.2745	0.1813	0.0525	0.0048	0.0350	0.0461	0.9110	0.2183
0.9500	-0.1448	0.1166	0.0225	0.0550	0.0427	0.3215	0.2311	0.0961	0.0109	0.0471	0.0617	0.9302	0.2613
0.9750	-0.1327	0.1251	0.0488	0.0769	0.0519	0.3308	0.2411	0.1052	0.0120	0.0498	0.0652	0.9334	0.2691
0.9950	-0.1071	0.1411	0.0966	0.1198	0.0678	0.3501	0.2595	0.1226	0.0144	0.0559	0.0724	0.9394	0.2979
CD	0.0215	0.2171	0.0265	0.0706	0.8766	0.5121	0.8818	0.0003	0.9049	0.1428	0.3981	0.2256	0.0027

表 5 $y_{3,t}$ の推定結果(金利の価格変化率)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
z_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$	$y_{4,t-1}$
AVE	-0.0047	0.0014	0.1017	-0.0572	0.0227	-0.0730	0.0575	-0.0890	-0.0263	-0.0392	-0.0089	0.0851
STD	0.0972	0.0399	0.0894	0.0905	0.0902	0.0927	0.0962	0.0876	0.0150	0.0434	0.0267	0.0853
Skewness	0.0123	0.0052	0.0030	-0.0028	-0.0008	-0.0130	-0.0029	0.0025	-0.0314	-0.0006	0.0081	-0.0038
Kurtosis	3.0474	3.0014	2.9932	2.9896	3.0070	2.9843	2.9961	2.9869	3.0310	2.9881	2.9892	2.9999
0.0050	-0.2560	-0.1010	-0.1291	-0.2899	-0.2101	-0.3121	-0.1906	-0.3137	-0.0658	-0.1501	-0.0777	-0.1358
0.0250	-0.1942	-0.0766	-0.0738	-0.2346	-0.1550	-0.2551	-0.1301	-0.2601	-0.0561	-0.1237	-0.0610	-0.0828
0.0500	-0.1638	-0.0640	-0.0454	-0.2060	-0.1254	-0.2262	-0.1004	-0.2327	-0.0512	-0.1106	-0.0527	-0.0552
0.5000	-0.0050	0.0012	0.1017	-0.0570	0.0229	-0.0727	0.0574	-0.0891	-0.0263	-0.0391	-0.0089	0.0853
0.9500	0.1553	0.0667	0.2489	0.0913	0.1713	0.0796	0.2154	0.0552	-0.0017	0.0319	0.0352	0.2254
0.9750	0.1862	0.0792	0.2761	0.1196	0.2004	0.1080	0.2457	0.0828	0.0028	0.0456	0.0436	0.2523
0.9950	0.2496	0.1047	0.3325	0.1757	0.2546	0.1625	0.3029	0.1352	0.0123	0.0727	0.0594	0.3042
CD	0.0561	0.9376	0.6497	0.3675	0.2551	0.6294	0.0876	0.0709	0.2310	0.5917	0.6660	0.0057

表 6 $\beta_{3,t}$ の推定結果(金利のボラティリティ)

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}	γ_{11}	δ	σ
x_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$\beta_{1,t-1}$	$\beta_{2,t-1}$	$\beta_{4,t-1}$	$\beta_{3,t-1}$	
AVE	0.0808	-0.1107	0.0281	-0.0775	0.0274	-0.0010	0.0456	-0.0632	0.0011	0.0296	-0.0119	0.9669	0.1567
STD	0.0399	0.0273	0.0678	0.0663	0.0226	0.0242	0.0239	0.0236	0.0017	0.0070	0.0037	0.0065	0.0180
Skewness	0.0260	-0.0261	0.0492	0.0441	0.1377	-0.1705	-0.0426	-0.1497	0.0138	0.3596	-0.1968	-0.4932	0.3529
Kurtosis	2.7346	3.0056	2.9455	2.7596	2.9741	3.0807	2.9709	3.1448	3.2568	3.0171	2.9958	3.2241	3.1523
0.0050	-0.0171	-0.1808	-0.1438	-0.2364	-0.0267	-0.0673	-0.0171	-0.1287	-0.0037	0.0145	-0.0219	0.9473	0.1170
0.0250	0.0051	-0.1644	-0.1021	-0.2066	-0.0155	-0.0502	-0.0020	-0.1110	-0.0024	0.0173	-0.0193	0.9526	0.1241
0.0500	0.0165	-0.1560	-0.0821	-0.1874	-0.0091	-0.0415	0.0058	-0.1026	-0.0018	0.0189	-0.0181	0.9553	0.1287
0.5000	0.0812	-0.1100	0.0270	-0.0779	0.0271	-0.0005	0.0458	-0.0628	0.0011	0.0292	-0.0117	0.9674	0.1555
0.9500	0.1462	-0.0662	0.1409	0.0351	0.0652	0.0376	0.0846	-0.0254	0.0040	0.0420	-0.0061	0.9766	0.1882
0.9750	0.1578	-0.0575	0.1632	0.0545	0.0729	0.0443	0.0923	-0.0180	0.0046	0.0446	-0.0051	0.9781	0.1933
0.9950	0.1815	-0.0397	0.2066	0.0884	0.0891	0.0563	0.1063	-0.0044	0.0057	0.0495	-0.0032	0.9803	0.2100
CD	0.0000	0.0042	0.0127	0.0205	0.1677	0.0230	0.4283	0.0000	0.7323	0.0000	0.0006	0.0000	0.0000

表 7 $y_{4,t}$ の推定結果(為替レート of 価格変化率)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
z_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$y_{1,t-1}$	$y_{2,t-1}$	$y_{3,t-1}$	$y_{4,t-1}$
AVE	-0.0094	0.0240	-0.0109	0.0013	-0.0168	0.0332	-0.0220	-0.0046	0.0000	0.0228	-0.0131	0.0098
STD	0.0221	0.0092	0.0212	0.0215	0.0213	0.0215	0.0211	0.0202	0.0036	0.0104	0.0043	0.0231
Skewness	0.0119	-0.0007	0.0014	0.0024	0.0031	-0.0183	-0.0053	0.0050	-0.0148	-0.0006	-0.0017	-0.0060
Kurtosis	3.0272	2.9949	3.0096	2.9790	3.0081	2.9654	2.9933	2.9668	3.0124	2.9867	2.9795	3.0003
0.0050	-0.0661	0.0003	-0.0653	-0.0539	-0.0718	-0.0222	-0.0761	-0.0560	-0.0093	-0.0038	-0.0242	-0.0499
0.0250	-0.0526	0.0060	-0.0527	-0.0410	-0.0586	-0.0089	-0.0635	-0.0439	-0.0070	0.0026	-0.0216	-0.0356
0.0500	-0.0455	0.0088	-0.0457	-0.0340	-0.0519	-0.0023	-0.0568	-0.0377	-0.0058	0.0058	-0.0202	-0.0282
0.5000	-0.0095	0.0240	-0.0109	0.0013	-0.0169	0.0333	-0.0220	-0.0046	0.0000	0.0228	-0.0131	0.0098
0.9500	0.0268	0.0391	0.0238	0.0367	0.0183	0.0686	0.0126	0.0286	0.0059	0.0399	-0.0060	0.0477
0.9750	0.0340	0.0420	0.0306	0.0434	0.0249	0.0752	0.0191	0.0351	0.0070	0.0431	-0.0047	0.0549
0.9950	0.0480	0.0477	0.0436	0.0563	0.0381	0.0874	0.0321	0.0471	0.0092	0.0493	-0.0020	0.0691
CD	0.0810	0.7825	0.6342	0.0617	0.4661	0.6127	0.7325	0.0334	0.4981	0.0032	0.0016	0.0249

表 8 $\beta_{4,t}$ の推定結果(為替レート of ボラティリティ)

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}	γ_{11}	δ	σ
x_t	1	h_t	Wed_t	Fri_t	D^{ETS}_t	D^{STOCK}_t	D^{RATE}_t	D^{FX}_t	$\beta_{1,t-1}$	$\beta_{2,t-1}$	$\beta_{3,t-1}$	$\beta_{4,t-1}$	
AVE	0.0834	-0.1745	0.0763	-0.1315	0.0285	-0.0118	-0.0076	-0.0418	-0.0049	0.0271	-0.0129	0.9711	0.1297
STD	0.0349	0.0256	0.0687	0.0643	0.0210	0.0222	0.0222	0.0212	0.0017	0.0058	0.0027	0.0055	0.0144
Skewness	0.0213	0.0252	0.0057	0.0343	0.0527	-0.0529	-0.0518	-0.1184	-0.3462	0.5684	-0.2390	-0.7761	0.5843
Kurtosis	2.8265	2.9455	2.9197	2.9492	2.9730	2.9643	2.9811	3.0514	3.6150	3.7696	3.1668	4.3577	3.6098
0.0050	-0.0027	-0.2382	-0.0974	-0.2945	-0.0245	-0.0689	-0.0660	-0.1001	-0.0100	0.0147	-0.0204	0.9518	0.0994
0.0250	0.0149	-0.2246	-0.0590	-0.2573	-0.0119	-0.0561	-0.0502	-0.0848	-0.0085	0.0171	-0.0183	0.9587	0.1053
0.0500	0.0260	-0.2169	-0.0382	-0.2369	-0.0059	-0.0491	-0.0435	-0.0769	-0.0078	0.0184	-0.0174	0.9613	0.1085
0.5000	0.0829	-0.1741	0.0772	-0.1315	0.0284	-0.0116	-0.0075	-0.0416	-0.0048	0.0266	-0.0128	0.9717	0.1284
0.9500	0.1413	-0.1332	0.1890	-0.0245	0.0630	0.0241	0.0286	-0.0076	-0.0022	0.0373	-0.0087	0.9789	0.1553
0.9750	0.1514	-0.1240	0.2101	-0.0010	0.0700	0.0306	0.0353	-0.0011	-0.0017	0.0398	-0.0079	0.9801	0.1598
0.9950	0.1709	-0.1067	0.2555	0.0333	0.0844	0.0437	0.0479	0.0100	-0.0008	0.0458	-0.0065	0.9821	0.1765
CD	0.0000	0.0010	0.0013	0.3251	0.9259	0.0746	0.0537	0.0000	0.0011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

市場アノマリーについては、すべての資産で休日効果が確認された。ただし、排出権価格と株価は係数がプラスとなっており休日明けにボラティリティが拡大して変動が大きくなる一方、金利と外国為替レートでは係数がマイナスのため休日明けの変動が縮小する傾向にあることが示された。排出権と株価については欧州中心で取引されており休日前の米国の金融市場や経済動向が反映されることで、休日明けのボラティリティが拡大していると考えられる。世界の金融取引の営業時間帯は1日の中でアジア、欧州、米州と移り変わっていくため、休日直前の米国の動向が休日明けの他地域の市場のボラティリティを拡大させることが知られている(Tanizaki(2004))。これに対して、本分析では金利に米国10年債利回りを用いていることや、ユーロ/ドルレートについては排出権や株価とは異なり米国市場取引時間中にも取引が行われており、金利と外国為替レートともに排出権や株価に比べて休日直前までに情報が市場に織り込まれやすいことなどでそれぞれ休日明けのボラティリティが抑制されていると考えられる。市場アノマリーとしての非対称効果はすべての変数で確認されたものの、外国為替レートでは符号が負となった。ユーロ/ドルレートの下落は米ドルから考えた場合にはドルの上昇とも捉えられるため、その符号が負であることは米ドルの対ユーロでの下落がボラティリティを拡大させる効果があると考えられる。曜日効果は外国為替レートで金曜日効果が確認された。

4.2 価格変化率とボラティリティの相互作用

上述の各資産の価格変動への他資産の変動からの波及効果、ボラティリティに対する他資産の非対称効果、波及効果を図5、6に示した。価格変化率による分析である図5では、排出権価格から株価、金利への影響がみられたほか、株価と金利から外国為替レートへの価格変化率間での波及効果が確認された。ただし、いずれの波及経路も一方向の影響のみであった。一方で、ボラティリティを分析対象として、ボラティリティ波及効果と非対称効果を確認したのが図6である。ボラティリティ波及効果では排出権価格と外国為替レートとの間および株価、金利、外国為替レートの3資産間で相互に影響しあっていることが確認された。また、非対称効果を見ると、4資産いずれの間においても非対称効果が作用していることが明らかになった。

図5 4資産間での価格変動($y_{i,t-1}$)の経路

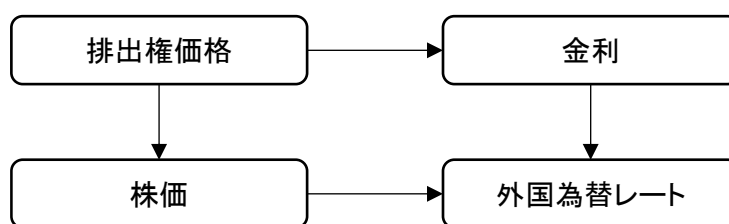


図6 4資産間でのボラティリティ波及効果($\beta_{-i,t-1}$)、非対称効果($D_{i,t}$)の経路

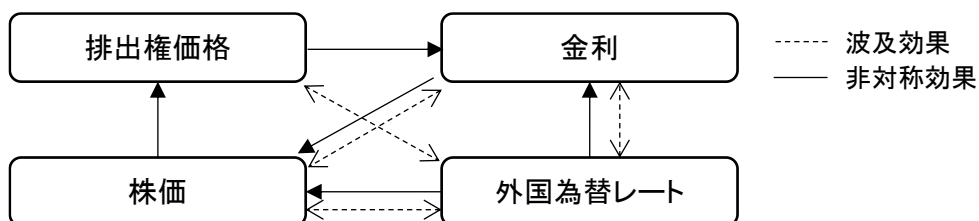


図7 排出権価格のボラティリティ

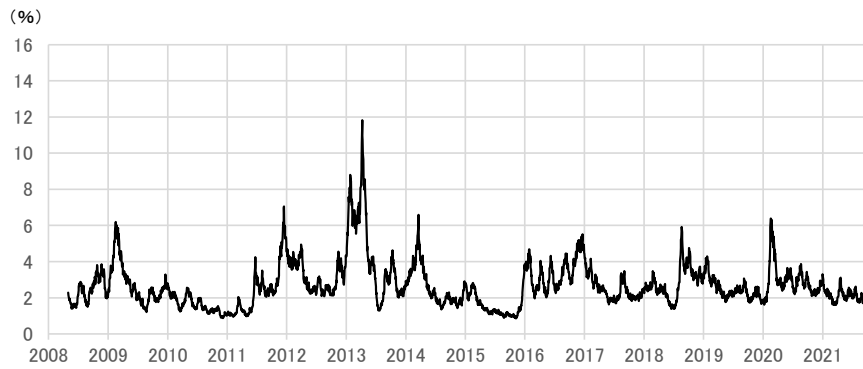


図8 株価のボラティリティ

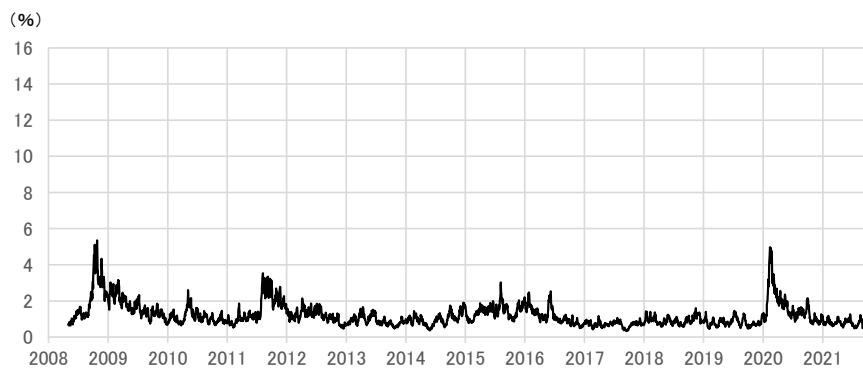
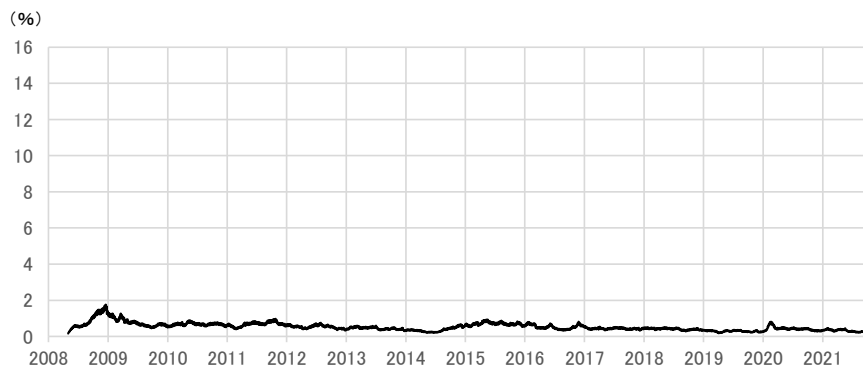


図9 金利のボラティリティ



図10 外国為替レートのボラティリティ



4.3 ボラティリティの推移

図 7 から 10 ではボラティリティの条件付平均値の推定値の算術平均の推移を表示している。それぞれの図では縦軸の目盛りの大きさを統一しており、ボラティリティの大きさが比較できる。図 7 の排出権価格では、世界金融危機の影響を受けた 2009 年や外部の温室効果ガス排出権の償還が拡大した 2011 年から 2013 年にかけてボラティリティが大きくなっていることが示された。このほか、今世紀末までの温室効果ガス排出量削減目標が示されたパリ協定が発効した 2016 年のボラティリティが大きいものの、新型コロナウイルスの感染拡大によって世界経済が減速した 2020 年はボラティリティの高まりが他のピークに比べて大きくないことが分かった。

図 8 の株価のボラティリティでは、総じて排出権価格に比べてボラティリティが低いことが分かる。ボラティリティが高まっているタイミングは世界金融危機の 2008 年ごろと新型コロナウイルスの感染拡大がみられた 2020 年ごろのほか、ギリシャ危機が発生した 2011 年や Brexit が決定した 2016 年が確認される。図 9 の金利のボラティリティでは、2020 年が突出して大きくなっていることが分かる。これは新型コロナウイルスの感染拡大を受けて米国連邦準備制度が大幅な緊急利下げを行ったことにつられ、国債利回りも大幅に低下したことが原因だと考えられる。そのほかの時期については 2009 年、2011 年、2016 年と他の資産と同様のタイミングでのボラティリティが大きくなっていることが示された。最後に図 10 にある外国為替レートのボラティリティは、期間全体を通じて他の資産に比べて小さいことがわかる。その中でも、2008 年の世界金融危機、2020 年の新型コロナウイルス感染拡大時にはボラティリティが拡大している。

結論

本稿では、排出権価格、株価、金利、外国為替レートに関し、それらのボラティリティ相互作用と市場アノマリーを SV モデルを用いて分析した。これまで排出権価格を分析したものには、Mansanet-Bataller *et al.* (2007) や Alberola *et al.* (2008)、Li *et al.* (2021) など数多くあるがボラティリティを分析したものは少なく、さらに主要な金融市場である株価、金利、外国為替レートとの相互作用を一度に分析した研究は筆者の知る限り行われていない。複数資産のボラティリティ相互作用について SV モデルを用いて分析したものに Tanizaki *et al.* (2009) があり、本稿でも SV モデルを用いた分析を行った。

分析の結果、表 1 から 8 で確認された通り、各資産の価格変化率において排出権価格から株価と金利、株価と金利から外国為替レートに対して波及効果がみられたがいずれも一方向に限られていた。また、市場アノマリーも有意な影響は一部にとどまっている。一方、ボラティリティを対象とした推定では資産間で波及効果、市場アノマリーともに有意な影響が確認された。波及効果については、すべての資産間でボラティリティ波及効果もしくは非対称効果が確認され、その多くが相互に波及し合っていることが明らかになった。市場アノマリーについては、すべての資産で休日効果が確認され、排出権価格と株価では休日を挟むことによる情報量の増加によって休日明けのボラティリティが拡大する傾向が確認された。非対称効果もすべての資産で確認されたほか、曜日効果では外国為替レートで金曜日効果が確認された。

以上のように、欧州における温室効果ガスの排出権取引価格は 2005 年に導入された比較的新しい市場であるものの、域内での気候変動対策の主要政策として位置づけられていることや市場参加者が最終需要者である電力会社等だけでなく金融機関にも広がりを見せている中で、それらの価格変動が株価、金利、外国為替レートといった主要な金融商品と相互に影響し合っていることが確認された。

補論 A 推定方法

3章で示した(1)式および(2)式からなるSVモデルについて、 $\beta_{i,t}$ が与えられたときの $y_{i,t}$ 、 $\beta_{i,t-1}$ が与えられた時の $\beta_{i,t-1}$ の確率密度関数は、(A-1)式および(A-2)式から求められる。(A-1)は3章の(1)式から、(A-2)式は同じく(2)式から導出される。また、それらの事前分布の初期値は(A-3)と仮定した。

$$f_y(y_{i,t}|\beta_{i,t}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \exp(\beta_{i,t})}} \exp\left(-\frac{1}{2\exp(\beta_{i,t})}(y_{i,t} - z_{i,t}\alpha_i)^2\right) \quad (\text{A-1})$$

$$f_\beta(\beta_{i,t}|\beta_{i,t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2}(y_{i,t} - x_{i,t}\gamma_i - \delta_i\beta_{i,t-1})^2\right) \quad (\text{A-2})$$

$$\alpha_i \sim N(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\Sigma}_{\alpha_i}), \quad \beta_{i,0} \sim N(\tilde{\beta}_{i,0}, \tilde{\sigma}^2_{\beta_{i,0}}), \quad \begin{pmatrix} \gamma_i \\ \delta_i \end{pmatrix} \sim N(\tilde{\gamma}_i, \tilde{\Sigma}_{\gamma_i}), \quad \sigma_i^2 \sim IG(\tilde{a}_{i,0}, \tilde{b}_{i,0}) \quad (\text{A-3})$$

なお、 $X \sim IG(a, b)$ は逆ガンマ分布であり、 $1/X \sim G(a, b)$ である。推定ではハイパーパラメータ $(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\Sigma}_{\alpha_i}, \tilde{\beta}_{i,0}, \tilde{\sigma}^2_{\beta_{i,0}}, \tilde{\gamma}_i, \tilde{\Sigma}_{\gamma_i}, \tilde{a}_{i,0}, \tilde{b}_{i,0})$ に初期値を与える必要がある。そこで、本稿では $\tilde{\alpha}_i = 0, \tilde{\Sigma}_{\alpha_i} = \infty, \tilde{\beta}_{i,0} = 0, \tilde{\sigma}^2_{\beta_{i,0}} = \infty, \tilde{\gamma}_i = 0, \tilde{\Sigma}_{\gamma_i} = \infty, \tilde{a}_{i,0} = 0, \tilde{b}_{i,0} = \infty$ と、無情報事前分布を設定した。

次に、 $B_{i,t} = (\beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,t})$, $B_{i,t}^+ = (\beta_{i,t}, \beta_{i,t+1}, \dots, \beta_{i,n})$, および $\theta_i = (\alpha_i', \gamma_i', \delta_i, \sigma_i)$ としたとき、本モデルでは $B_{i,n}$ と θ_i の推定が必要となる。そこで、(A-1)から(A-3)を用いて下記の条件付き密度関数を導出する。

$$f(\beta_{i,t}|B_{i,t-1}, B_{i,t+1}^+, \theta_i) \propto \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{\exp(\beta_{i,t})}} \exp\left(-\frac{1}{2\exp(\beta_{i,t})}(y_{i,t} - z_{i,t}\alpha_i)^2\right) \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2}(\beta_{i,t+1} - x_{i,t+1}\gamma_i - \delta_i\beta_{i,t})^2\right) \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2}(\beta_{i,t} - x_{i,t}\gamma_i - \delta_i\beta_{i,t-1})^2\right) \\ \text{for } t = 1, 2, \dots, n-1, \end{array} \right. & (\text{A-4}) \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{\exp(\beta_{i,t})}} \exp\left(-\frac{1}{2\exp(\beta_{i,t})}(y_{i,t} - z_{i,t}\alpha_i)^2\right) \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2}(\beta_{i,t} - x_{i,t}\gamma_i - \delta_i\beta_{i,t-1})^2\right) \\ \text{for } t = n, \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\beta_{i,0}|B_{i,1}^+, \theta_i \sim N(\tau_i b_i, \tau_i),$$

$$\text{ここで、} \tau_i^{-1} = \delta_i^2/\sigma_i^2 + 1/\tilde{\sigma}^2_{\beta_{i,0}} \text{かつ } b_i = \delta_i(\beta_{i,1} - x_{i,1}\gamma_i)/\sigma_i^2 + \tilde{\beta}_{i,0}/\tilde{\sigma}^2_{\beta_{i,0}}, \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_i \\ \delta_i \end{pmatrix} | B_{i,n}, \alpha_i, \sigma_i^2 \sim N(P_i q_i, P_i)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} P_i^{-1} &= \tilde{\Sigma}_{\gamma_i}^{-1} + \sum_{t=1}^n x_{i,t}^* x_{i,t}^{*'} / \sigma_i^2, \quad q_i = \tilde{\Sigma}_{\gamma_i}^{-1} \tilde{\gamma}_i + \sum_{t=1}^n x_{i,t}^* \beta_{i,t} / \sigma_i^2 \\ &\text{かつ } x_{i,t}^* = (x_{i,t}, \beta_{i,t-1}), \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$\alpha_i | B_{i,n}, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2 \sim N(Q_i p_i, Q_i),$$

$$\text{ここで、} Q_i^{-1} = \tilde{\Sigma}_{\alpha_i}^{-1} + \sum_{t=1}^n z'_{i,t} z_{i,t} e^{-\beta_{i,t}} \text{ かつ } p_i = \tilde{\Sigma}_{\alpha_i}^{-1} \tilde{\alpha}_i + \sum_{t=1}^n z'_{i,t} y_{i,t} e^{-\beta_{i,t}}, \quad (\text{A-7})$$

$$\sigma_i^2 | B_{i,n}, \alpha_i, \gamma_i, \delta_i \sim IG \left(\tilde{\alpha}_{i,0} + \frac{n}{2}, \left(\frac{1}{\tilde{b}_{i,0}} + \frac{\sum_{t=1}^n (\beta_{i,t} - x_{i,t} \gamma_i - \delta_i \beta_{i,t-1})^2}{2} \right)^{-1} \right), \quad (\text{A-8})$$

これら (A-4) から (A-8) の条件付き密度関数を用いてギブズサンプリングによって $B_{i,n}$ および θ_i の推定を行う。なお、(A-4) から $\beta_{i,t}$ を直接サンプリングすることは困難なため、Metropolis-Hastings (MH) アルゴリズムを用いてサンプリングを行う。

補論 B ギブズサンプリングおよび MH アルゴリズム

ギブズサンプリングを用いた推定の手順は以下の 1 から 4 の通りである。

1. 適当な値を $(\alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T})$ に初期値として与える。
2. 下記の条件付き分布①～④を状態空間モデルから具体的に求め、順番に乱数を発生させる。この乱数発生法はギブズサンプラーと呼ばれる。
 - ① $f(\beta_{i,0} | \alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}),$
 $f(\beta_{i,n} | \alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,n-1}, \beta_{i,n+1}, \dots, \beta_{i,T}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}), n = 1, 2, \dots, T-1$
 $f(\beta_{i,T} | \alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T-1}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}),$
 - ② $f(\gamma_i, \delta_i | \alpha_i, \sigma_i^2, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}),$
 - ③ $f(\alpha_i | \gamma_i, \delta_i, \sigma_i^2, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}),$
 - ④ $f(\sigma_i^2 | \alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \beta_{i,0}, \beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T}),$

なお、 $(\alpha_i, \gamma_i, \delta_i, \sigma_i, \beta_{i,0})$ についてはフラットな事前分布を仮定している。①のうち初期値 $\beta_{i,0}$ と、②、③は正規分布、④は逆ガンマ関数であり容易に乱数が生成できる。ただし、 $t=1, 2, \dots, T$ に関して①では容易に乱数を生成できないため MH アルゴリズムを用いる。

3. ステップ 2 を複数回繰り返す。本論文では 10^5 回繰り返し、最初の 10^4 回分のデータについては分析から除外し、その後の 10^5 回分のデータを用いて、その平均、標準偏差、歪度、尖度、パーセンタイル値を求めた。これらの値はそれぞれの事後分布を示すものとなる。
4. ステップ 1～3 を $i = 1, 2, 3, 4$ の 4 回分言い、資産ごとにギブズサンプリングを実行する。

また、MH アルゴリズムの実行に当たって必要となる提案分布を設定した。 $f_*(\beta_t)$ を β_t の提案分布とし、 $f_*(\beta_t) \propto f_\beta(\beta_{t+1}|\beta_t)f_\beta(\beta_t|\beta_{t-1})$, for $t = 1, 2, \dots, n-1$, かつ $f_*(\beta_t) \propto f_\beta(\beta_t|\beta_{t-1})$, for $t = n$, とした。提案分布を用いることで目的分布である(A-4)の分布に従う β_t のサンプリングが実行される。MH アルゴリズムの詳細については、Chib and Greenberg(1995)、Tierney(1994)を、SV モデルのベイズの手法を用いた推定方法については、Jaquier *et al.*(1994)、Tanizaki(2004)、Tanizaki *et al.*(2009)が詳しい。

参考文献

- Alberola, E., Chevallier, J. and Cheze, B. (2008) “Price drivers and structural breaks in European carbon prices 2005–2007” *Energy Policy*, 36, 787-797.
- Carlin, P. Bradley., Polson, G. Nicholas., and Stoffer, S. David. (1992) “A Monte Carlo Approach to Nonnormal and Nonlinear State-Space Modeling” *Journal of the American Statistical Association*, 87(418), 493-500.
- Chevallier, Julien(2011) “Carbon Price Drivers: An Updated Literature Review” 未発行
- Chib, S. and Greenberg, E. (1995) “Understanding the Metropolis-Hastings algorithm” *The American Statistician*, 49, 327-335.
- Geweke, J. and Tanizaki, H. (1999) “On Markov Chain Monte-Carlo methods for nonlinear and non-Gaussian state-space models” *Communications in Statistics, Simulation and Computation*, 28, 867-894.
- Geweke, J. and Tanizaki, H. (2001) “Bayesian estimation of state-space model using the Metropolis-Hastings algorithm within Gibbs sampling” *Computational Statistics and Data Analysis*, 37, 151-170.
- Geweke, J. and Tanizaki, H. (2003) “Note on the Sampling Distribution for the Metropolis-Hastings Algorithm” *Communication in Statistics - Theory and Methods*, 32(4), 775-789.
- Jaquier, E., Polson, N., and Rossi, P. E. (1994) “Bayesian analysis of stochastic volatility models” *Journal of Business and Economic Statistics*, 14 371-417.
- Jaquier, E., Polson, N., and Rossi, P. E. (2004) “Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat-tails and correlated errors” *Journal of Econometrics*, 122, 185-212.
- Kim, S., Shepard, N. and Chib, S. (1998) “Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models” *Review of Economic Studies*, 65, 361-393.
- Mansanet-Bataller, M., Pardo, A. and Valor, E. (2007) “CO2 Prices, Energy and Weather” *The Energy Journal*, 28(3) 73-92.
- Peng, Li., Zhang, H., Yuan, Y. and Hao, A. (2021) “Time-Varying Impacts of Carbon Price Drivers in the EU ETS: ATVP-VAR Analysis” *frontiers in Environmental Science*, 16.
- Prokop, J. (2010) “On the persistence of a calendar anomaly: The day-of-the-week effect in German and US stock market returns” *International Research Journal of Finance and Economics*, 54, 176-190.
- Tanizaki, H. (2004) “On Asymmetry, Holiday and Day-of-the-Week Effects in Volatility of Daily Stock Returns: The Case of Japan” *Journal of the Japan Statistical Society*, 34(2), 129-152.
- Tanizaki, H. and Hamori, S. (2009) “Volatility transmission between Japan, UK and USA in daily stock returns” *Empirical Econometrics*, 36, 27-54.
- Tanizaki, H. (2020) “Nonlinear Smoother with Markov Chain Monte Carlo” In Sugimoto, S., Murata, M., and Ohnishi, K. *Nonlinear Filters*, Tokyo: Ohmsha, 347-376.

- Tierney, L. (1994) “Markov Chains for exploring posterior distributions” *The Annals of Statistics*, 22, 1701-1762.
- Watanabe, T. (1999) “A Nonlinear Filtering Approach to Stochastic Volatility Models with an Application to Daily Stock Returns” *Journal of Applied Econometrics*, 14(2), 101-121.
- Yu, Jongmin. And Mallory, M. Mindy(2014) “Exchange rate effect on carbon credit price via energy markets” *Journal of International Money and Finance*, 47, 145-161.
- Zhang, Y. and Shun, Y. (2016) “The dynamic volatility spillover between European carbon trading market and fossil energy market” *Journal of Cleaner Production*, 112, 2654-2663.
- 一般財団法人 日本エネルギー経済研究所 (2021) 「海外の炭素税・排出量取引事例と我が国への示唆」 第4回世界全体でのカーボンニュートラル実現のための経済的手法等のあり方に関する研究会.
- 谷崎久志(2010)「株価, 為替, 金利のボラティリティの変動要因・相互依存関係について:ノンパラメトリック推定の応用」『国民経済雑誌』 第201巻, 第3号, 15-28.
- 谷崎久志(2012)「日本における株価, 外国為替レート, 金利のボラティリティの相互作用に関する分析」『経済学論究』 第66巻, 第1号, 29-46.

On Volatility Linkages among Carbon Price, Stock Price, Interest Rate and Exchange Rate^{*}

Amane Saito[†]

Abstract

In this paper, we investigate the volatility interactions and market anomalies of carbon price, stock price, interest rate, and exchange rate using the Stochastic Volatility (SV) model. As results of analyses, the estimates of the price changes of each asset showed limited significances on the interactions and market anomalies. On the other hand, the estimates of volatilities of each asset showed significant effects of both interactions and market anomalies. As volatility interactions, volatility spillover or asymmetric effects were detected for all assets and many of them were found to spill over to each other. As for the market anomalies, we detected holiday effects in carbon price and stock price, where volatility increases after holidays due to the increase in the amount of information. In addition, asymmetry effects were detected for all assets, and Friday effect was found for foreign exchange rate.

JEL Codes: C58, G17, Q50.

Key words: Carbon Price, SV model, Volatility Spillover, Market Anomaly (holiday effect, asymmetry effect, day-of-the-week effect)

^{*} I am grateful to my supervisor, Professor Hisashi Tanizaki, Graduate School of Economics, Osaka University, and to the graduate students for their helpful comments.

[†] Graduate School of Economics, Osaka University. E-mail: u567694k@ecs.osaka-u.ac.jp